Notas de Aula de Microeconomia*

Paulo C. Coimbra-Lisboa†
EPGE/FGV‡

06 de Março de 2007

1 Introdução

A teoria do consumidor é, essencialmente, uma teoria da escolha individual. Há duas abordagens distintas. Na primeira delas considera-se como característica primitiva do modelo as relações de preferências dos agentes econômicos, que doravante chamaremos simplesmente de consumidores, dado que estamos em um contexto de teoria do consumidor. De acordo com esta abordagem listamos uma série de axiomas de racionalidade que, combinados, descrevem as características de um consumidor e então verificamos as conseqüências para as escolhas observáveis. Tal abordagem é baseada em quatro elementos básicos, a saber: i) o conjunto de consumo; ii) o conjunto factível (ou conjunto orçamentário); iii) a relação de preferências; e iv) uma hipótese comportamental. Alternativamente, poderíamos considerar como característica primitiva do modelo a escolha do consumidor e, a partir daí, verificarmos quais são os tipos de restrições que são diretamente impostas sobre o comportamento do consumidor. A hipótese central desta abordagem é o axioma fraco da preferência revelada que, uma vez sendo satisfeito, irá impor restrições ao tipo de comportamento que se espera observar. Discutiremos tal abordagem mais adiante.

2 O Conjunto de Consumo

Em primeiro lugar precisamos ter uma descrição completa dos bens e serviços que estão disponíveis. Sem perda de generalidade, chamaremos quaisquer tais bens e serviços simplesmente de mercadorias (*"commodities"*) Uma cesta de mercadorias (*"commodity bundle"*, i.e., uma descrição da quantidade de cada uma das mercadoria disponíveis) pode ser descrita através de um vetor $x = (x_1, x_2, \cdots, x_L) \in \mathbb{R}_+^L$. Desse modo, nós iremos nos referir a uma mercadoria "genérica" como $l \in \{1, 2, \cdots, L\}$ (i.e., l pode ser qualquer uma das L mercadorias) e denotaremos a quantidade da mercadoria l por x_l (note que $x_l \geq 0$). Assim, se o consumidor possuir uma dada cesta de mercadorias $x = (x_1, x_2, \cdots, x_L)$ então dizemos que ele possui x_1 unidades da mercadoria 1, x_2 unidades da mercadoria 2, e assim por diante.

Definição 1 *Conjunto de Consumo*
É o conjunto constituído de todas as combinações de cestas (mutuamente exclusivas) contendo as L mercadorias disponíveis

Por simplicidade nós chamaremos este conjunto de X e nos restringiremos aos casos onde X satisfaz as seguintes hipóteses:

*Versão preliminar. Comentários são bem vindos. Os possíveis erros e omissões são de minha inteira responsabilidade

†Professor Titular da cadeira Microeconomia I do ciclo básico da Graduação em Economia e Finanças, Professor Titular da cadeira Tópicos em Economia Aplicada do ciclo profissionalizante da Graduação em Economia e Finanças e aluno do Programa de Doutorado - EPGE/FGV. E-mail 1: pc.coimbra@gmail.com, e-mail 2: coimbra@fgvmail.br. URL: http://www2.fgv.br/aluno/coimbra/

‡Escola de Pós-Graduação em Economia da Fundação Getulio Vargas, Praia de Botafogo, n^{o}190, sala 1100, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 22250-900.

i) $\emptyset \neq X \subseteq \Re^L_+$;
ii) X é fechado e convexo;
iii) $0 \in X$.
Em geral consideraremos $X = \Re^L_+$ ou $X = \Re^L_{++}$.

3 O Conjunto Orçamentário

Definição 2 ***Conjunto Orçamentário***
Dada uma certa renda $R \in \Re_{++}$ *e um certo vetor de preços das mercadorias* $\mathbf{p} = (p_1, p_2, ..., p_L) \in \Re^L_{++}$, *então o chamaremos de* $\mathbf{B}_{\mathbf{p},R}$ *ao conjunto das cestas que o consumidor pode dispor dada a sua renda e os preços das L mercadorias:*

$$\mathbf{B}_{\mathbf{p},R} = \{\mathbf{x} \in X;\ \mathbf{px} \leq R,\ \mathbf{p} \in \Re^L_{++},\ R \in \Re_{++}\}$$

Note que se existirem somente duas mercadorias, i.e., $L = 2$, então:

i) O conjunto de consumo será $X = \Re^2_+$ ou $X = \Re^2_{++}$;

ii) O conjunto orçamentário será:

$$\mathbf{B}_{p_1,p_2,R} = \{(x_1, x_2) \in X;\ p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq R,\ (p_1, p_2) \in \Re^2_{++},\ R \in \Re_{++}\}$$

4 As Relações de Preferências

A *relação de preferência* representada por $\succeq$ é uma relação binária[1] definida sobre o conjunto de alternativas X, permitindo comparações de pares de alternativas $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$. Nós lemos $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y}$ (i.e., $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \succeq$) como "$\mathbf{x}$ é pelo menos tão boa quanto $\mathbf{y}$". De $\succeq$ podemos derivar outras duas relações sobre X:

i) A relação de *preferência estrita*, $\succ$, definida por

$$\mathbf{x} \succ \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} \succeq \mathbf{y} \text{ mas não } \mathbf{y} \succ \mathbf{x}$$

e lida como "$\mathbf{x}$ é preferível a $\mathbf{y}$".[2]

ii) A relação de *indiferença*, $\sim$, definida por:

$$\mathbf{x} \sim \mathbf{y} \Leftrightarrow \mathbf{x} \succeq \mathbf{y} \text{ e } \mathbf{y} \succ \mathbf{x}$$

e lida como "$\mathbf{x}$ é indiferente a $\mathbf{y}$".

Em boa parte dos estudos de Teoria Microeconômica as preferências individuais são, por hipótese, *racionais*. A hipótese de racionalidade está incorporada em duas hipóteses básicas sobre a relação de preferências $\succeq$: *completude* e *transitividade*.

Definição 3 *A relação de preferências* $\succeq$ *é* ***racional*** *se ela satisfizer as seguintes duas propriedades:*
i) ***completeza****: para todos* $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$, *ou* $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y}$, *ou* $\mathbf{y} \succeq \mathbf{x}$, *ou ambas;*
ii) ***Transitividade****: para todos* $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X$, *se* $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y}$ *e se* $\mathbf{y} \succeq \mathbf{z}$, *então* $\mathbf{x} \succeq \mathbf{z}$.

[1] Uma relação binária definida em um conjunto X é uma regra que define subconjuntos específicos de $X \times X$.
[2] Alguns autores referem-se a $\mathbf{x} \succeq \mathbf{y}$ como "$\mathbf{x}$ é fracamente preferível a $\mathbf{y}$" e $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$ como "$\mathbf{x}$ é estritamente preferível a $\mathbf{y}$", mas seguiremos a terminologia acima.

A hipótese de que a relação de preferências $\succeq$ é completa e transitiva tem implicações sobre as relações de preferência estrita e indiferença $\succ$ e $\sim$ sumarizadas na proposição abaixo:

Proposição 1 *Se $\succeq$ é **racional** então:*
*i) $\succ$ é tanto **irreflexiva** (pois não vale $\mathbf{x} \succ \mathbf{x}$) e **transitiva** (se $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$ e $\mathbf{y} \succ \mathbf{z}$, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{z}$);*
*ii) $\sim$ é **reflexiva** (pois $\mathbf{x} \sim \mathbf{x}$ para todo $\mathbf{x}$), **transitiva** (se $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$ e $\mathbf{y} \sim \mathbf{z}$, então $\mathbf{x} \sim \mathbf{z}$), e **simétrica** (se $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$ então $\mathbf{y} \sim \mathbf{x}$);*
iii) se $\mathbf{x} \succ \mathbf{y} \succeq \mathbf{z}$, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{z}$.

Prova. Omitida. ■

4.1 Hipóteses de Desejabilidade

Definição 4 *A relação de preferências $\succeq$ sobre X é **monótona** se para todos $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$ se $\mathbf{y} \geq \mathbf{x}$ e $\mathbf{y} \neq \mathbf{x}$ implicar que $\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$.*

Definição 5 *A relação de preferências $\succeq$ sobre X é **fracamente monótona** se para todos $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$ se $\mathbf{y} \gg \mathbf{x}$ implicar que $\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$.*

Uma hipótese mais fraca de desejabilidade que fracamente monótona que será suficiente na maioria dos casos é definida a seguir.

Definição 6 *A relação de preferências $\succeq$ sobre X é **localmente não saciável** se para todo $\mathbf{x} \in X$ e todo $\varepsilon > 0$ existir ao menos um $\mathbf{y} \in B_\varepsilon(\mathbf{x}) \cap X$ tal que $\mathbf{y} \succ \mathbf{x}$.*

Uma consequência desta última hipótese é que, uma vez sendo satisfeita, pode-se assegurar que o consumidor irá esgotar a renda. I.e., se as preferências forem localmente não saciáveis então podemos assegurar que:

$$\mathbf{B}_{\mathbf{p},w} = \{\mathbf{x} \in X;\ \mathbf{px} = w,\ \mathbf{p} \in \Re^L_{++},\ w \in \Re_{++}\}$$

Proposição 2 *Seja uma relação de preferências $\succeq$ sobre X.*
i) Se $\succeq$ é monótona, então também é fracamente monótona;
ii) Se $\succeq$ é fracamente monótona, então também é localmente não saciável.

Prova. Omitida ■

4.2 Hipóteses de Convexidade

Definição 7 *A relação de preferências $\succeq$ sobre X é **estritamente convexa** se para todos $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X$ valer que $\mathbf{y} \succeq \mathbf{x}$ e $\mathbf{z} \succeq \mathbf{x}$, e $\mathbf{y} \neq \mathbf{z}$ implicar $\lambda\mathbf{y} + (1-\lambda)\mathbf{z} \succ \mathbf{x}$, para todo $\lambda \in (0,1)$.*

Definição 8 *A relação de preferências $\succeq$ sobre X é **convexa** se para todos $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in X$ valer que se $\mathbf{y} \succeq \mathbf{x}$ e $\mathbf{z} \succeq \mathbf{x}$, então $\lambda\mathbf{y} + (1-\lambda)\mathbf{z} \succeq \mathbf{x}$, para todo $\lambda \in [0,1]$.*

4.3 Outras Hipóteses

Definição 9 *Uma relação de preferências* $\succeq$ *sobre* $X = \Re^L_+$ *é* ***homotética*** *se todos os conjuntos de indiferença são relacionados através de expansões proporcionais ao longo de raios; isto é, se* $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$, *então* $\lambda\mathbf{x} \sim \lambda\mathbf{y}$ *para qualquer* $\lambda \geq 0$.

Definição 10 *A relação de preferências* $\succeq$ *sobre* $X = (-\infty, \infty) \times \Re^{L-1}_+$ *é* ***quase linear*** *com relação à mercadoria 1 (chamada, neste caso, de mercadoria numerária) se:*[3]

i) Todos os conjuntos de indiferença são deslocamentos paralelos um do outro ao longo do eixo da mercadoria 1. I.e., se $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$, *então* $(\mathbf{x} + \alpha\mathbf{e}_1) \sim (\mathbf{y} + \alpha\mathbf{e}_1)$, *para* $\mathbf{e}_1 = (1, 0, ..., 0)$ *e qualquer* $\alpha \in \Re$.

ii) O bem 1 é desejável; I.e., $\mathbf{x} + \alpha\mathbf{e}_1 \succ \mathbf{x}$ *para todo* $\mathbf{x}$ *e* $\alpha \in \Re_{++}$.

5 Preferência e Utilidade

Uma função de utilidade $u(\mathbf{x})$ associa um valor numérico a cada elemento de X, ordenando os elementos de X de acordo com as preferências individuais.

Definição 11 *Uma função* $u : X \rightarrow \Re$ *é uma* ***função de utilidade*** *representando a relação de preferências* $\succeq$ *se, para todos* $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$,

$$\mathbf{x} \succeq \mathbf{y} \Leftrightarrow u(\mathbf{x}) \geq u(\mathbf{y})$$

É importante notar que a representação através de uma função de utilidade que representa uma relação de preferência $\succeq$ não é única. Para qualquer função estritamente crescente $f : \Re \rightarrow \Re$, $v(\mathbf{x}) = f(u(\mathbf{x}))$ é uma nova função de utilidade representando as mesmas preferências como $u(\mathbf{x})$.

Proposição 3 *Uma relação de preferências* $\succeq$ *pode ser representada por uma função de utilidade apenas se ela for racional.*

O fato de a relação de preferências ser racional não estabelece a condição de suficiência para que possa vir a ser representada através de uma função de utilidade.[4]

Exemplo 1 *As preferências lexicográficas não podem ser representadas através de uma função de utilidade.*
Seja $X = \Re^L_+$.
$x \succeq y \Leftrightarrow x_1 > x_2$ *ou* $x_1 = y_1$ *e* $x_2 \geq y_2$

Uma hipótese que é necessária para se assegurar a existência de uma função de utilidade é que a relação de preferências seja contínua.

Definição 12 *A relação de preferências* $\succeq$ *sobre* X *é* ***contínua*** *se ela é preservada nos limites. I.e., para qualquer* $\mathbf{x} \in \Re^L_+$ *o conjunto das cestas que são pelo menos tão boas quanto* $\mathbf{x}$ $\{\mathbf{y} \in X; \mathbf{y} \succeq \mathbf{x}, \mathbf{x} \in \Re^L_+\}$ *e o conjunto das cestas que não são melhores que* $\mathbf{x}$ $\{\mathbf{y} \in X; \mathbf{x} \succeq \mathbf{y}, \mathbf{x} \in \Re^L_+\}$ *são conjuntos fechados em* $\Re^L_+$. *Ou, de outro modo, dada uma sequência de cestas* $\{\mathbf{x}^n\}_{n=0}^{\infty}$ *tais que* $\mathbf{x}^n \succeq \mathbf{x}^0$ *para todo* n *e* $\mathbf{x}^n \rightarrow \mathbf{x}^*$ *então* $\mathbf{x}^* \succeq \mathbf{x}^0$.

[3] Mais geralmente, preferências podem ser quaselineares com relação à qualquer mercadoria $l \in (1, 2, ..., L)$.

[4] Note que é possível que se tenha uma relação de preferência que é racional, mas que não é contínua e ainda assim possa vir a ser representada através de uma função de utilidade.

As preferências lexicográficas não são contínuas.

Se a relação de preferências $\succeq$ for racional e contínua então ela pode ser representada através de funções de utilidade. De fato, conforme a proposição a seguir, a continuidade de uma relação de preferências racional $\succeq$ é suficiente para assegurar a existência de uma função de utilidade contínua.

Proposição 4 *Suponha que a relação de preferências racional $\succeq$ sobre X é continua. Então existe uma função de utilidade contínua $u(\mathbf{x})$ que representa $\succeq$.*

As restrições de desejabilidade, convexidade e outras impostas sobre a relação de preferências $\succeq$ sobre X podem ser reinterpretadas sob a forma de funções de utilidade representando tais preferências. Como exemplos: a propriedade de monotonicidade implica que a função de utilidade é crescente: $u(\mathbf{x}) > u(\mathbf{y})$ se $\mathbf{x} \gg \mathbf{y}$; a propriedade de convexidade (convexidade estrita) implica que $u(\cdot)$ é quase-côncava (respectivamente estritamente quase-côncava).[5]

6 Escolha do Consumidor

O problema do consumidor (encontrar as demandas Marshallianas) consiste em escolher a cesta que maximiza as preferências do consumidor dentre as alternativas disponíveis:

$$\max_{x \in \mathbf{B}_{p,R}} \mathbf{x} \in \ \succeq \tag{1}$$

Se as preferências além de racionais e contínuas (e, portanto passíveis de serem representadas através de funções de utilidade) então o problema do consumidor pode ser escrito como:

$$\max_{x \in \mathbf{B}_{p,R}} u(\mathbf{x}) \tag{2}$$

A existência da solução deste problema é assegurada pois se $\mathbf{B}_{p,R}$ é um conjunto não vazio (pois $R \in \Re^L_{++}$) e fechado e limitado - e, portanto, compacto - (pois $\mathbf{p} \in \Re^L_{++}$) e $u(\mathbf{x})$ é uma função contínua então vale o teorema de Weierstrass - toda função contínua definida em um conjunto compacto alcança um máximo.

Proposição 5 *Se $\mathbf{B}_{p,R}$ é um conjunto não vazio (pois $R \in \Re^L_{++}$) e fechado e limitado - e, portanto, compacto - (pois $\mathbf{p} \in \Re^L_{++}$) e $u(\mathbf{x})$ é uma função contínua, então o problema de maximização de utilidade tem uma solução.*

A unicidade da solução é assegurada no caso onde as preferências são estritamente convexas. No caso onde as preferências são convexas, mas não estritamente, a unicidade da solução não é mais garantida.

Se as preferências além de racionais e contínuas (e, portanto passíveis de serem representadas através de funções de utilidade) também forem convexas (respectivamente estritamente convexas) e puderem ser representadas por uma função de utilidade que, além de quase côncava (respectivamente estritamente quase-côncava), também é continuamente diferenciável diferenciável então as condições de primeira ordem do Lagrangeano associado ao problema do consumidor, utilizando o procedimento de Kuhn-Tucker (respectivamente Lagrange) são condições necessárias e suficientes para se obter as demandas marshallianas.

[5] A função de utilidade $u(\cdot)$ é quase-côncava se o conjunto $\{\mathbf{y} \in \Re^L_+,\, u(\mathbf{y}) \geq u(\mathbf{x})\}$ é convexo para todo $\mathbf{x} \in X$ ou, equivalentemente, se $u(\lambda\mathbf{x} + (1-\lambda)\mathbf{y}) \geq \min\{u(\mathbf{x}), u(\mathbf{y})\}$ para todo $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{X}$ e todo $\lambda \in [0,1]$. Se a desigualdade é estrita para todo $\mathbf{x} \neq \mathbf{y}$ e $\lambda \in (0,1)$ então $u(\cdot)$ é estritamente quase-côncava.

O Lagrangeano associado pode ser escrito como:

$$\mathcal{L} = u(\mathbf{x}) + \lambda(R - \mathbf{px}) + \mu\mathbf{x} \tag{3}$$

Que implica nas condições de primeira ordem de Kuhn-Tucker:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = u_i(\mathbf{x}) - \lambda - p_i + \mu_i \leq 0,\ i = 1, 2, ..., L \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = R - \mathbf{px} \geq 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_i} = x_i \geq 0,\ i = 1, 2, ..., L \tag{6}$$

E as condições de contorno:

$$x_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_i} = 0 \Leftrightarrow x_i(u_i(\mathbf{x}) - \lambda - p_i + \mu_i) = 0,\ i = 1, 2, ..., L \tag{7}$$

$$\lambda \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow \lambda(R - \mathbf{px}) = 0 \tag{8}$$

$$\mu_i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_i} = 0 \Leftrightarrow \mu_i x_i = 0,\ i = 1, 2, ..., L \tag{9}$$

Onde devemos ressaltar que, nestas últimas duas restrições não podemos ter ambos os termos simultaneamente nulos.

De (8):

$$(R - \mathbf{px}) = 0 \ \Leftrightarrow \ \lambda > 0 \tag{10}$$

ou

$$(R - \mathbf{px}) > 0 \ \Leftrightarrow \ \lambda = 0$$

De (9):

$$x_i = 0 \ \Leftrightarrow \ \mu_i > 0 \tag{11}$$

ou

$$x_i > 0 \ \Leftrightarrow \ \mu_i = 0$$

7 O Caso de 2 Bens

Doravante estarei considerando o caso onde as preferências de um consumidor definidas sobre um conjunto de cestas de não especializadas (i.e., o consumidor estará consumindo alguma quantidade estritamente positiva de cada uma das mercadorias) com duas mercadorias (sem perda de generalidade suponha que tal conjunto pode ser representado no $\Re^2_{++}$). Tais preferências satisfazem às seguintes propriedades: são completas e transitivas (e, portanto, são racionais), contínuas[6], monótonas (e, portanto, também são localmente não saciáveis)[7] e estritamente convexas. Além disto, também estaremos restringindo a nossa análise para o caso onde as funções de utilidade que representam as mesmas escolhas do consumidor que aquelas que seriam feitas se considerássemos as relações de preferências são diferenciáveis em todos os pontos.

[6] Se as preferências são racionais e contínuas então elas podem ser descritas por funções de utilidade.

[7] Se as preferências são localmente não saciáveis então isto significa que a restrição no problema do consumidor é ativa (p.ex. no caso da demanda marshalliana: o cosumidor irá gastar toda a renda na aquisição dos dois bens).

Então podemos definir uma função de utilidade por:

$$u : \Re^2_{++} \to \Re$$

$$(x_1, x_2) \longmapsto u(x_1, x_2)$$

7.1 A Demanda Marshalliana

O Problema do consumidor consiste em deteminar a cesta de mercadorias que irá maximizar a utilidade do consumidor dados os preços dos bens (representado por um vetor $p = (p_1, p_2) \in \Re^2_{++}$) e a sua renda($R > 0$), i.e.:

$$\max_{(x_1, x_2) \in \Re^2_{++}} u(x_1, x_2) \tag{12}$$

$$s.a.\ R = p_1x_1 + p_2x_2 \tag{13}$$

O lagrangeano associado será:

$$L = u(x_1, x_2) + \lambda(R - p_1x_1 + p_2x_2)$$

As condições de primeira ordem serão dadas por:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow R - p_1x_1 + p_2x_2 = 0$$

Dadas as propriedades que são satisfeitas pelas preferências podemos assegurar que as condições de primeira ordem de Lagrange são necessárias e suficientes para determinar a demanda marshalliana deste consumidor para cada uma das mercadorias:

$$(x_1, x_2) = (x_1(p_1, p_2, R), x_2(p_1, p_2, R)) \tag{14}$$

7.2 A Demanda Hicksiana

O dual do problema do consumidor consiste em determinar a renda mínima necessária para se alcançar o mesmo nível de utilidade inicial, após uma mudança no preço de um dos bens. Por este procedimento podemos determinar a demanda hicksiana que permite calcular as mudanças no consumo decorrentes de mudanças nos preços relativos.

$$\min_{(h_1, h_2) \in \Re^2_{++}} p_1h_1 + p_2h_2 \tag{15}$$

$$s.a.\ u(h_1, h_2) = \overline{u} \tag{16}$$

O lagrangeano associado será:

$$L = p_1 h_1 + p_2 h_2 - \mu(u(h_1, h_2) - \overline{u})$$

As condições de primeira ordem serão dadas por:

$$\frac{\partial L}{\partial h_1} = 0 \Rightarrow p_1 - \frac{\partial u(h_1, h_2)}{\partial h_1} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial h_2} = 0 \Rightarrow p_2 - \frac{\partial u(h_1, h_2)}{\partial h_2} = 0$$
$$\frac{\partial L}{\partial \mu} = 0 \Rightarrow u(h_1, h_2) - \overline{u} = 0$$

Dadas as propriedades que são satisfeitas pelas preferências podemos assegurar que as condições de primeira ordem de Lagrange são necessárias e suficientes para determinar a demanda hicksiana deste consumidor para cada uma das mercadorias:

$$(h_1, h_2) = (h_1(p_1, p_2, \overline{u}), h_2(p_1, p_2, \overline{u})) \tag{17}$$

7.3 A Equação de Slutsky

A equação de slutsky descreve a decomposição do efeito preço em dois componentes: o efeito substituição e o efeito renda:

$$\frac{\partial x_i(p_1, p_2, R)}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_j} - x_j \frac{\partial x_i(p_1, p_2, R)}{\partial R}, \ i, j = 1, 2 \tag{18}$$

Prova:

Em equilíbrio é verdade que:

$$x_i(p_1, p_2, R) = h_i(p_1, p_2, \overline{u}) \ , \ i = 1, 2$$

Logo, diferenciando em termos do preço do bem j:

$$\frac{\partial x_i(p_1, p_2, R)}{\partial p_j} + \frac{\partial x_i(p_1, p_2, R)}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_j} \therefore$$
$$\frac{\partial x_i(p_1, p_2, R)}{\partial p_j} = \frac{\partial h_i(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_j} - x_j \frac{\partial x_i(p_1, p_2, R)}{\partial R}$$

c.q.d.