Fundação Getulio Vargas (FGV-RJ) - Graduação
Microeconomia II – 1º semestre de 2007
Prof. Paulo C. Coimbra

1º Lista de Exercícios

1. Encontre os equilíbrios de Nash dos jogos abaixo e dê uma interpretação para o resultado.

a) Suponhamos que, em uma decisão de um campeonato de futebol, a partida permanece empatada até o último lance do jogo, quando o juiz marca um penalti. Um dos jogadores do time que sofreu a falta deverá cobrar este penalti. O único jogador, do time adversário, que está habilitado a defender contra o seu chute é o goleiro daquele time.

O jogador que irá cobrar o penalti possua, por hipótese, apenas duas estratégias: chutar a bola para o lado direito ou chutar a bola para o lado esquerdo. Não existe tempo suficiente para o goleiro determinar qual será a direção do chute, de modo que, por hipótese, ele só terá duas possíveis estratégias: pular para o lado direito ou pular para o lado esquerdo.

Façamos as seguintes hipóteses adcionais (baseados em amostragens de jogos anteriores):

Se o goleiro pula para o lado onde o jogador chuta, então ou a bola vai para fora, ou o goleiro defende o chute.

O jogador chuta muito bem à direita, mas não tão bem à esquerda. Desse modo, se ele chutar para a direita e o goleiro pular para a esquerda, então ele marca o gol. Mas, se ele chutar para a esquerda e o goleiro pular para a direita, então ele só converterá metade dos gols.

Se o jogador converter o chute em gol, então seu time ganha o jogo, e consequentemente 3 pontos, enquanto que a equipe adversária fica com 0 ponto. Caso contrário ocorrerá um empate da partida e cada equipe fica com 1 ponto.

b) Masayoshi e Nina se encontram em um shopping-center. Após muita paquera, antes de se despedirem, combinam de jantarem juntos em um restaurante da cidade. Como ambos estavam tão perdidos de paixão eles esqueceram de combinar exatamente em qual restaurante seria o *rendez-vous*. Felizmente, a cidade é pequena e só possui 2 restaurantes: Samurai, especializado em comida japonesa e Spaghetti, especializado em comida italiana. Tendo discutido sobre seus gostos no shopping-center, ambos estavam de acordo com o fato de que Masayoshi preferia a comida japonesa e Nina preferia a comida italiana.

Os *payoffs* do jogo são como se segue. Se ambos forem para o Samurai, então a utilidade de Masayoshi é 3 e a utilidade de Nina é 2. Se ambos forem para o Spaghetti, então a utilidade de Nina é 3 e a utilidade de Masayoshi é 2. Se ambos se desencontrarem, então ambos ficarão com uma utilidade de 0.

2. Duas pessoas A e B disputam uma partida de tênis. Estamos no ponto final: A ganhará o jogo se fizer esse ponto. Caso contrário, B ganha. O jogador A irá sacar. A deve decidir se saca para a direita ou para a esquerda. De acordo com suas performances anteriores, sabe-se que quando ele saca para a direita ele erra 10% das vezes. Para a esquerda, ele não erra. O jogador B deve decidir se corre para a direita ou esquerda, simultaneamente ao saque do adversário (A). Quando ele (B) corre para o mesmo lado da bola, sabe-se, de acordo com suas performances anteriores, que: Do lado esquerdo, 60% das vezes ele retribui a bola de maneira indefensável pelo adversário (e portanto ganha o jogo) e 40% das vezes ele retribui uma bola "fácil", que A consegue devolver fechando o ponto. Do lado direito, essas probabilidades mudam para 50% cada. Quando ele (B) corre para o lado contrário da bola, independente do lado, ele erra com probabilidade 80% ou retribui uma bola indefensável, com probabilidade 20%. Os *payoffs* são dados por:

A ganhar o jogo quando acerta o saque 1000, A perder o jogo quando erra o saque -500, A perder o jogo quando acerta o saque -1000, B ganhar o jogo quando A erra o saque 500, B ganhar o jogo quando A acerta o saque 1000, B perder o jogo -1000.

a) Represente o jogo na forma normal e na forma extensiva.

b) Encontre o(s) equilíbrio(s) de Nash em estratégias puras e mistas.

c) Calcule a probabilidade de A vencer o jogo.

3. Nos jogos abaixo, você pode eliminar alguma estratégia do jogador linha se:

i) x = 2;

ii) x = 1?

Explique.

3,-	0,-
0,-	3,-
x,-	x,-

2,-	1,-
2,-	3,-
x,-	x,-

1,-	0,-
0,-	1,-
x,-	x,-

4. Considere o seguinte jogo

		jogador 2		
		e	m	d
	a	1,3	2,2	-2,0
jogador 1	m	7,2	3,4	1,3
	b	5,5	6,4	4,6

Diga o que acontece com as escolhas de 1 e 2 se

a) 1 é racional.
b) 2 é racional.
c) 1 é racional e 1 sabe que 2 é racional.
d) 2 é racional e 2 sabe que 1 é racional.
e) 1 é racional e 1 sabe que 2 é racional e 1 sabe que 2 sabe que 1 é racional.
f) 2 é racional e 2 sabe que 1 é racional e 2 sabe que 1 sabe que 2 é racional.

5. Considere o seguinte jogo:

		II			
		E	F	G	H
	A	2, 1	4, 0	0, 0	2, -2
I	B	0, 2	3, 2	-2, 3	1, 1
	C	0, 0	3, -2	1, 2	2, 0
	D	-2, 3	2, 1	0, 2	1, 2

a) Determine o conjunto de estratégias de cada jogador.
b) Quais das estratégias encontradas em (a) são racionalizadas (i.e., sobrevivem à eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas)? Explique.
c) Encontre todos os equilíbrios de Nash do jogo.

6. Considere o seguinte jogo (onde x é um número real qualquer), o jogador um (linha) pode jogar as estratégias A (acima) e B (abaixo) e o jogador dois (coluna) pode jogar as estratégias E (esquerda) e D (direita):

10,0	5,2
10,x	2,0

Suponha x = 3, e que o jogador 1 tenha o direito de mandar uma carta para 2. Existe alguma promessa que ele pode fazer que lhe seja benéfica? Se você fosse o jogador 2, e lesse essa promessa, o que você faria? Qual a sua resposta se, por algum motivo externo, a promessa não puder ser quebrada? E se, ao contrário, 1 puder rompê-la? Faça a mesma análise para o caso x = -1.

7. Suponha que você seja convidado(a) a participar do seguinte jogo com um colega: Um juiz coloca uma determinada quantia de dinheiro dentro de dois envolopes, quantia esta que pode ser \$50, \$100, \$200, \$400, \$800, \$1600 ou \$3200, sendo que em um envelope é colocado o dobro de dinheiro do outro envelope. Todas as regras são conhecidas por ambas as partes. Cada jogador recebe um envelope, abre e verifica a quantia dentro do seu envelope. O juiz pergunta se vocês querem trocar de envelope. A troca só é efetuada caso ambas as partes a desejarem. Tanto você como seu colega, agentes racionais, têm utilidade **u(x) = x**, onde **x** é a quantia de dinheiro obtida neste jogo.

Pergunta-se:

(i) Ao abrir o seu envelope, você verifica que há \$200 dentro dele. Você aceita a troca? A troca é efetuada?

(ii) Explique a sua estratégia ao participar deste jogo.

8. João e José fazem aniversário no mesmo dia e resolveram comemorar, juntos, no Provisório. Combinaram, então, de reservar uma mesa (a reserva por mesa, custa R\$ 10,00). Esqueceram, porém, de combinar quem deveria ligar e fazer a reserva. Eles não tem mais como se comunicar. Ambos deverão, então, decidir fazer a reserva ou esperar que o outro a faça. Se forem reservadas duas mesas, João e José terão que pagar R\$ 20,00. Represente o jogo na forma normal. Atribua *payoffs* coerentes com as seguintes preferências (para ambos): ambos reservarem, não reservar e a reserva ser feita pelo outro, reservar e o outro não reservar, ambos não reservarem. Encontre todos os equilíbrios de Nash deste jogo.

9. Considere o seguinte jogo, que acontecerá uma única vez: dois alunos precisam fazer um trabalho. Eles decidem que cada um fará a sua parte (metade) individualmente, e no dia da entrega eles juntarão as partes e entregarão o trabalho. Sabe-se que o professor dá apenas três tipos de notas: 10 para um trabalho todo bem feito, 7 para um trabalho metade bem feito e metade mal feito e 4 para um trabalho todo mal feito. Suponha que cada aluno só pode optar entre fazer sua parte bem feita ou mal feita. (Não há escolha intermediária). Os *payoffs* obtidos com este jogo são calculados através das funções de utilidade dos alunos. Estas são iguais e dadas por **U(n,e) = n-e** , onde **n** é a nota obtida e **e** é o nível de esforço empreendido. Fazer sua parte do trabalho bem feita requer esforço e = 7 e mal feita requer esforço e = 3.

a) Escreva o jogo na forma normal. Encontre seu resultado;

b) Analise como o resultado se alteraria caso a função de utilidade dos jogadores fosse **U(n,e)=(n)^2 - e**.

c) Compare o resultado deste jogo com o caso onde o trabalho é feito individualmente (Os esforços requeridos são os mesmos: 7 para o trabalho bem feito e 3 para o trabalho mal feito).

10.(*Um Cournot Discreto*) Duas firmas disputam um mercado de cervejas. Ambas dispõem de uma tecnologia que as permite produzir com custo de \$1 por engradado, mas apenas as seguintes quantidades: **zero, três, quatro, seis** ou **doze** engradados. Na segunda-feira, elas devem decidir qual dessas quantidades elas produzirão, sem conhecer a decisão da rival. A produção se completa na terça, e é levada ao mercado. Lá o preço da cerveja é estipulado segundo a seguinte regra: **p = 13-Q**,
onde Q é o número total de engradados produzido, caso esse número seja menor do que 13; se Q > 13, a cerveja é dada de graça. As firmas recebem as receitas obtidas com essa venda, e fecham suas portas, abandonando esse mercado.

a) Construa a forma estratégica do jogo, atribuindo como *payoffs* os lucros obtidos em cada combinação.

b) Elimine as estratégias fracamente dominadas. Pode-se encontrar uma solução por dominância estrita? E fraca?

c) Comente o resultado previsto. Observe que qualquer uma das firmas, se estivesse sozinha, produziria 6 engradados. Por que cada uma não produz 3, de forma a maximizar conjuntamente o lucro?

11. Considere um modelo Cournot-Nash com N firmas que se defrontam com uma curva de demanda:

$$\mathbf{p = a - Q},$$

onde **a** representa uma constante positiva e Q representa a produção total.

Cada firma tem um custo marginal $c>0$ e um custo fixo nulo. Encontre o equilíbrio Cournot-Nash simétrico e analise o que ocorre quando $N \rightarrow \infty$.

12. Encontre os equilíbrios de Nash em estratégias puras e mistas dos jogos abaixo:

a) “Dilema dos prisioneiros”;
b) “Batalha dos sexos”;
c) “Par ou ímpar”;

13. (***Um Par-ou-Ímpar desequilibrado***) Considere a afirmativa: “No jogo de par-ou-ímpar, o jogador que pede par tem uma vantagem sobre seu oponente, pois a soma do número de dedos colocados vai de zero a vinte: onze pares e dez ímpares”. Para analisar sua validade, considere a seguinte simplificação: 1 e 2 jogam par-ou-ímpar, com 1 ganhando com ímpar e 2 com par. Cada um pode colocar **zero**, **um** ou **dois** dedos. Atribua como *payoffs* 1 para vitória e -1 para derrota.

a) Construa a forma normal desse jogo. Existem equilíbrios de Nash em estratégias puras?

b) O par de estratégias mistas que dá a cada estratégia pura uma probabilidade de 1/3 é um equilíbrio?

c) Encontre algum equilíbrio. Calcule a utilidade esperada nesse equilíbrio para cada jogador. Quem tem vantagem? A afirmação acima é correta?

14. Considere um jogo simultâneo com 2 participantes, A e B. O jogador A tem 2 estratégias e o jogador b tem 3 estratégias. Dê um exemplo numérico de uma matriz de payoffs em que uma estratégia pura de B não dominada por quaisquer outras estratégias puras seja dominada por uma estratégia mista.

15. Em uma cidade do interior do país, as três maiores estações de TV (Globo, SBT e Band) tem a opção de colocarem o jornal noturno às 19hs ou às 20hs. Entre os telespectadores daquela cidade, 60% preferem assistir as notícias no horário das 19hs e 40% às 20hs, devido à apresentação de um talk-show de uma estação de TV independente, da qual os habitantes daquela cidade tem acesso irrestrito. Em uma comparação das estações duas a duas, sabe-se que a programação da Globo é a mais popular, seguida pelo SBT e tendo a Band como a menos preferida.

A distribuição dos telespectadores, em percentuais de audiência, entre as três estações de TV, resultante de cada combinação de horários de apresentação do jornal noturno escolhida por cada emissora é apresentada na tabela a seguir:

Globo às 19hs

		Band 19hs	**Band 20hs**
SBT	**19hs**	24, 34, 42	23, 40, 37
	20hs	40, 26, 34	18, 22, 60

Globo às 20hs

		Band 19hs	**Band 20hs**
SBT	**19hs**	26, 34, 40	40, 26, 34
	20hs	16, 60, 24	24, 34, 42

Obs.: Os payoffs representam, para cada combinação de horário de apresentação escolhida pelas emissoras, a alocação da audiência entre os telespectadores nas TV's SBT, Band e Globo, respectivamente.

O objetivo de cada uma das estações é o de maximizar a sua participação, relativamente às suas concorrentes, pois desta forma estarão maximizando suas receitas provenientes de propagandas, naqueles horários.

Encontre todos os equilíbrios de Nash e dê uma breve interpretação para os resultados encontrados.

16. O professor de Teoria Microeconômica II decidiu que daria um total de até 10 pontos de bônus na nota da prova para os seus alunos. Para determinar como estes pontos deveriam ser alocados (i.e, quantos pontos - ou décimos de pontos, ou centésimos de pontos!- cada aluno receberia desse total de 10 pontos), o professor decidiu criar um mercado de créditos.

O mercado de créditos funciona do seguinte modo:

1. Inicialmente, o professor dá a cada aluno uma dotação inicial de 100 créditos, que deverão ser revendidos ao professor cuja demanda por recompra de créditos, na forma inversa, é dada por:

$$P(Q) = \begin{cases} 200 - Q, & \text{se } Q<200 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

onde: **Q** representa a quantidade total de créditos colocados à revenda por todos os alunos.

2. Os pontos de bônus na nota de cada aluno estão diretamente relacionados com a receita obtida pelo aluno, proveniente da revenda dos créditos recebidos, através da seguinte fórmula:

B = R(q)/1.000

onde: **q** representa a quantidade de créditos vendidos pelo aluno;
R(q) é a receita do aluno proveniente da revenda de seus créditos;
B representa os pontos de bônus na nota da prova do aluno.

Considerando que n alunos estão fazendo a prova, cada um dos quais tendo recebido 100 créditos, qual será a estratégia ótima que deverá ser escolhida por cada um desses alunos? Justifique, analiticamente, a sua resposta.

(obs.: note que como não foi estipulado a *priori* o número de alunos, então a sua resposta deverá ser expressa em função de n, que representará a existência de n alunos colocando seus créditos à revenda).

17. Considere a seguinte versão do jogo da metade da média.

N indivíduos participam de um jogo onde cada um pode escolher um número real entre 0 e 100 tal que é considerado vencedor aquele que escolher o número superior ou igual mais próximo da metade da média da soma de todos os números escolhidos pelos n jogadores.

Suponha que os participantes são alunos do curso de Microeconomia II. Os seus *payoffs* serão dados por:

- Se o aluno for o vencedor então ganhará mais 3 pontos a mais sobre a nota da sua prova;
- Se o aluno escolher um número maior do que o número escolhido pelo vencedor, então nem ganha, nem perde, i.e, seu *payoff* é zero.
- Se o aluno escolher um número menor do que a metade da média da soma dos números escolhidos, então ele perderá 1 ponto da nota da sua prova.

Encontre o equilíbrio de Nash do jogo.

18. Considere o seguinte jogo

		II: C	II: D
I	A	1.000.000; 2	-1.000.000; 1
	B	999.999; 3	999.999; 2

a) Encontre o resultado esperado do jogo;
b) Imagine que o jogo seja colocado em prática; os *payoffs* apresentados acima são medidos em reais. Você acredita que o resultado encontrado em (a) será obtido? Justifique sua análise tomando por base nos conceitos já vistos de teoria dos jogos não cooperativos.