Fundação Getúlio Vargas (FGV-RJ) - Graduação
Microeconomia II – 1º Semestre de 2007
Prof: Paulo C. Coimbra
Monitor: Flavio Moraes

GABARITO LISTA 1

1. (a) O jogador batedor do pênalti possui duas estratégias possíveis: ele pode chutar para a esquerda (E) ou para a direita (D). Da mesma forma, o goleiro possui duas estratégias: ele pode pular para o lado esquerdo (E) ou para lado direito (D). Os jogadores escolhem suas estratégias simultaneamente. Vejamos agora os payoffs possíveis para cada um dos jogadores, os quais são representados em termos de pontos obtidos para o seu respectivo time. Se o batedor chuta para o mesmo lado que o goleiro pular, ele não faz o gol. Dessa forma o jogo termina em empate e cada time fica com 1 ponto. Se ele chutar para a direita e o goleiro pular para a esquerda, ele com certeza faz o gol e seu time ganha o jogo, recebendo, portanto, 3 pontos e o time adversário zero. Agora, se o goleiro também pular para o lado direito, em metade das vezes o batedor fará o gol e seu time ganhará 3 pontos e o adversário zero, e na outra metade das vezes ele não fará o gol e cada time ficará com 1 ponto. Dessa forma, o payoff esperado do jogador é (1/2).3 + (1/2).1 = 2. Já o goleiro tem como payoff esperado nesse caso (1/2).0 + (1/2).1 = 1/2. Dadas as estratégias e os payoffs para cada um dos jogadores, podemos representar o jogo na forma normal.

		GOLEIRO	
		(q)	(1-q)
		E	D
JOGADOR (p)	E	1, $\underline{1}$	$\underline{2}$, 1/2
(1-p)	D	$\underline{3}$, 0	1, $\underline{1}$

Os payoffs sublinhados representam a melhor resposta para um jogador dada a estratégia escolhida pelo outro. Por exemplo, se o batedor escolher esquerda, o goleiro vai preferir esquerda também (pois 1 > 1/2), e se o goleiro escolher esquerda, a melhor resposta para o jogador será direita (pois 3 > 1). Repare que não há equilíbros de Nash em estratégias puras. Vejamos agora em estratágias mistas.

A estratégia mista do batedor é jogar esquerda com probabilidade (p) e jogar direita com probabilidade (1-p) e do goleiro é jogar esquerda com probabilidade (q) e jogar direita com probabilidade (1-q). Agora queremos encontrar os valores de p e q que caracterizam um equilíbrio de Nash em estratégias mistas desse jogo.

Repare que o batedor somente escolherá chutar para a esquerda se o seu payoff esperado de jogar esquerda for pelo menos igual ao payoff esperado de ele chutar para a direita. Caso contrário, ele escolheria jogar direita com certeza (i.e., p = 0). Da mesma forma, o batedor somente escolherá chutar para a direita se o seu payoff esperado de jogar direita for pelo menos tão alto quanto jogar esquerda. Caso contrário, ele escolheria jogar esquerda com certeza (i.e., p = 1). Dessa forma, veja que ele jogará esquerda se:

$$\text{payoff esperado (E)} \geq \text{payoff esperado (D)}$$
$$q.(1) + (1-q).(2) \geq q.(3) + (1-q).(1)$$
$$3q \leq 1$$
$$\boxed{q \leq 1/3}$$

Analogamente, ele jogará direita se:

$$\text{payoff esperado (D)} \geq \text{payoff esperado (E)}$$
$$q.(3) + (1-q).(1) \geq q.(1) + (1-q).(2)$$
$$3q \geq 1$$
$$\boxed{q \geq 1/3}$$

Portanto, concluímos que: se $q > 1/3$, o batedor jogará direita com certeza ($p = 0$); se $q < 1/3$, ele jogará esquerda com certeza ($p = 1$); e se $q = 1/3$, ele jogará esquerda com probabilidade $0 < p < 1$ e direita com probabilidade $0 < (1-p) < 1$.

Para o goleiro vale o mesmo. Portanto, ele jogará esquerda se:

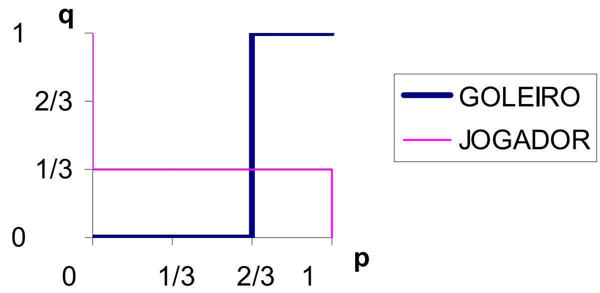
$$\text{payoff esperado (E)} \geq \text{payoff esperado (D)}$$
$$p.(1) + (1-p).(0) \geq p.(1/2) + (1-p).(1)$$
$$(3/2).p \geq 1$$
$$\boxed{p \geq 2/3}$$

Analogamente, ele jogará direita se:

$$\text{payoff esperado (D)} \geq \text{payoff esperado (E)}$$
$$p.(1/2) + (1-p).(1) \geq p.(1) + (1-p).(0)$$
$$(3/2).p \leq 1$$
$$\boxed{p \leq 2/3}$$

Portanto, concluímos que: se $p < 2/3$, o goleiro jogará direita com certeza ($q = 0$); se $p > 2/3$, ele jogará esquerda com certeza ($q = 1$); e se $p = 2/3$, ele jogará esquerda com probabilidade $0 < q < 1$ e direita com probabilidade $0 < (1-q) < 1$.

Dado isso, podemos desenhar as funções melhor resposta para cada jogador. O encontro dessas duas funções define o equilíbrio de Nash em estratégias mistas.



Concluimos, portanto, que o equilíbrio de Nash em estratégias mistas desse jogo é o batedor do pênalti chutar para a esquerda com probabilidade 2/3 e para a direita com probabilidade 1/3 e o goleiro pular para a esquerda com probabilidade 1/3 e para a direita com probabilidade 2/3. Ou, de maneira análoga, $p = 2/3$ e $q = 1/3$.

Uma forma alternativa de encontrar os equilíbrios de Nash em estratégias mistas é através da maximização da utilidade esperada de cada jogador (o batedor escolhe p e o goleiro escolhe q).

- Problema do batedor: $\max_{p} \; p.q.(1) + p.(1-q).(2) + (1-p).q.(3) + (1-p).(1-q).(1)$

$$\text{CPO: p) } q + 2 - 2q - 3q - 1 + q = 0$$
$$3q = 1$$
$$\boxed{q = 1/3}$$

- Problema do goleiro: $\max_{q} \; p.q.(1) + p.(1-q).(1/2) + (1-p).q.(0) + (1-p).(1-q).(1)$

$$\text{CPO: q) } p - (1/2).p - 1 + p = 0$$
$$(3/2).p = 1$$
$$\boxed{p = 2/3}$$

(b) Masayoshi (M) e Nina (N) possuem duas estratégias: ir ao restaurante Samurai ou ir ao restaurante Spaghetti. Dadas as estratégias e os payoffs para cada um dos jogadores, podemos representar o jogo na forma normal.

			N (q)	(1-q)
			Samurai	Spaghetti
M	(p)	Samurai	3, 2	0, 0
	(1-p)	Spaghetti	0, 0	2, 3

Vemos que há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras nesse jogo: (Samurai, Samurai) e (Spaghetti, Spaghetti). Agora vejamos os equilíbrios de Nash em estratégias mistas. M escolherá ir ao Samaurai se:

$$\text{payoff esperado (Samurai)} \geq \text{payoff esperado (Spaghetti)}$$
$$q.(3) + (1-q).(0) \geq q.(0) + (1-q).(2)$$
$$5q \geq 2$$
$$\boxed{q \geq 2/5}$$

Analogamente, M escolherá ir ao Spaghetti se:

$$\text{payoff esperado (Spaghetti)} \geq \text{payoff esperado (Samurai)}$$
$$q.(0) + (1-q).(2) \geq q.(3) + (1-q).(0)$$
$$5q \leq 2$$
$$\boxed{q \leq 2/5}$$

Portanto, concluímos que: se $q < 2/5$, M irá ao restaurante Spaghetti com certeza ($p = 0$); se $q > 2/5$, ele irá ao restaurante Samurai com certeza ($p = 1$); e se $q = 2/5$, ele irá ao Samurai com probabilidade $0 < p < 1$ e ao Spaghetti com probabilidade $0 < (1-p) < 1$.

Para N vale o mesmo. Portanto, ela irá ao Samurai se:

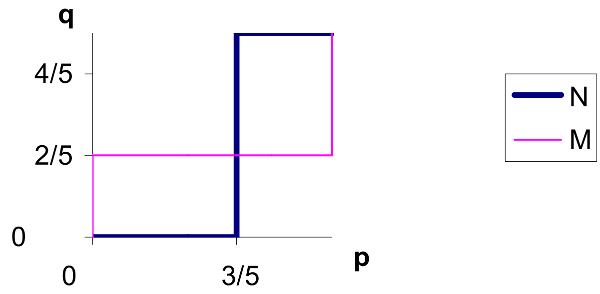
$$\text{payoff esperado (Samurai)} \geq \text{payoff esperado (Spaghetti)}$$
$$p.(2) + (1-p).(0) \geq p.(0) + (1-p).(3)$$
$$5p \geq 3$$
$$\boxed{p \geq 3/5}$$

Analogamente, N irá ao Spaghetti se:

$$\text{payoff esperado (Spaghetti)} \geq \text{payoff esperado (Samurai)}$$
$$p.(0) + (1-p).(3) \geq p.(2) + (1-p).(0)$$
$$5p \leq 3$$
$$\boxed{p \leq 3/5}$$

Portanto, concluímos que: se $p < 3/5$, N irá ao restaurante Spaghetti com certeza ($q = 0$); se $p > 3/5$, ela irá ao restaurante Samurai com certeza ($q = 1$); e se $p = 3/5$, ela irá ao Samurai com probabilidade $0 < q < 1$ e ao Spaghetti com probabilidade $0 < (1-q) < 1$.

Dado isso, podemos desenhar as funções melhor resposta para cada jogador. O encontro dessas duas funções define o equilíbrio de Nash em estratégias mistas, que é $p = 3/5$ e $q = 2/5$. Isto é, M vai ao Samurai com probabilidade 3/5 e ao Spaghetti com probabilidade 2/5 e N vai ao Samurai com probabilidade 2/5 e ao Spaghetti com probabilidade 3/5.



2. As estratégias do jogador A são sacar para a esquerda (E) ou sacar para a direita (D) e as estratégias do jogador B são correr para a esquerda (E) ou correr para a direita (D). Agora vejamos os payoffs possíveis para cada um dos jogadores.

Se A saca para a esquerda, ele acerta 100% dos saques. Daí, se B corre para a direita, com probabilidade de 20% ele retribui uma bola indefensável e 80% das vezes erra. Portanto, os payoffs para o par de estratégias (E, D) são:

A: 0,8.(1000) + 0,2.(-1000) = 600
B: 0,8.(-1000) + 0,2.(1000) = -600

Agora, se B corre para a esquerda, com probabilidade de 60% ele retribui uma bola indefensável e 40% das vezes devolve uma bola fácil e A ganha. Daí, os payoffs para o par de estratégias (E, E) são:

A: 0,6.(-1000) + 0,4.(1000) = -200
B: 0,6.(1000) + 0,4.(-1000) = 200

Se A saca para a direita, ele acerta 90% dos saques e erra 10% deles. Daí, se B corre para a esquerda, com probabilidade de 20% ele retribui uma bola indefensável e 80% das vezes erra. Portanto, os payoffs para o par de estratégias (D, E) são:

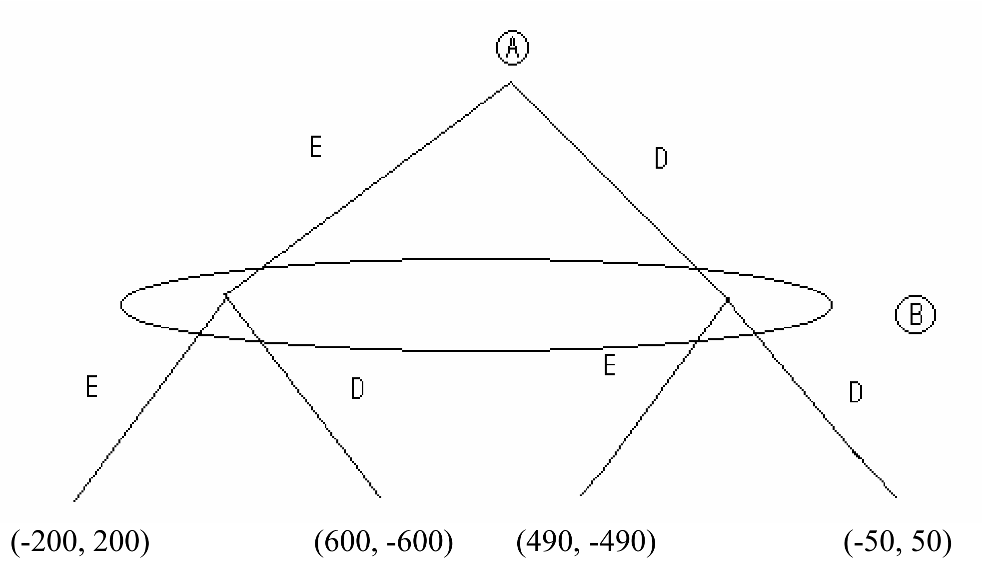
A: 0,9.0,8.(1000) + 0,9.0,2.(-1000) + 0,1.(-500) = 490
B: 0,9.0,8.(-1000) + 0,9.0,2.(1000) + 0,1.(500) = -490

Agora, se B corre para a direita, com probabilidade de 50% ele retribui uma bola indefensável e 50% das vezes devolve uma bola fácil e A ganha. Daí, os payoffs para o par de estratégias (D, D) são:

A: 0,9.0,5.(1000) + 0,9.0,5.(-1000) + 0,1.(-500) = -50
B: 0,9.0,5.(-1000) + 0,9.0,5.(1000) + 0,1.(500) = 50

(a) Abaixo estão as representações do jogo, respectivamente, na forma normal e na forma extensiva.

			B	
			(q)	(1-q)
			E	D
A	(p)	E	-200, 200	600, -600
	(1-p)	D	490, -490	-50, 50



(b) Não há equilíbrio de Nash em estratégias puras. Vejamos agora em estratégias mistas. A sacará para a esquerda se:

$$\text{payoff esperado (E)} \geq \text{payoff esperado (D)}$$
$$q.(-200) + (1-q).(600) \geq q.(490) + (1-q).(-50)$$
$$1340q \leq 650$$
$$\boxed{q \leq 0{,}485}$$

Analogamente, A sacará para a direita se:

$$\text{payoff esperado (D)} \geq \text{payoff esperado (E)}$$
$$q.(490) + (1-q).(-50) \geq q.(-200) + (1-q).(600)$$
$$1340q \geq 650$$
$$\boxed{q \geq 0{,}485}$$

Para B vale o mesmo. Portanto, ele correrá para a esquerda se:

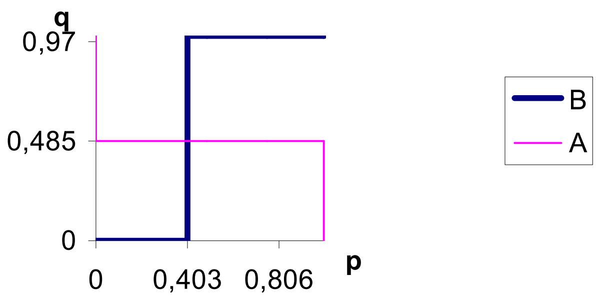
$$\text{payoff esperado (E)} \geq \text{payoff esperado (D)}$$
$$p.(200) + (1-p).(-490) \geq p.(-600) + (1-p).(50)$$
$$1340p \geq 540$$

$$\boxed{p \geq 0{,}403}$$

Analogamente, ele correrá para a direita se:

$$\text{payoff esperado (D)} \geq \text{payoff esperado (E)}$$
$$p.(-600) + (1-p).(50) \geq p.(200) + (1-p).(-490)$$
$$1340p \leq 540$$
$$\boxed{p \leq 0{,}403}$$

Dado isso, podemos desenhar as funções melhor resposta para cada jogador. O encontro dessas duas funções define o equilíbrio de Nash em estratégias mistas, que é p = 0,403 e q = 0,485. Isto é, A sacará para a esquerda com 48,5% de probabilidade e sacará para a direita com 51,5% de probabilidade e B correrá para a esquerda com 40,3% de probabilidade e para a direita com 59,7% de probabilidade.



(c) Para calcular a probabilidade de A ganhar o jogo, veremos novamente os quatro casos possíveis:

- (E, E): p.q.0,4 = 0,403.0,485.0,4 = 0,078
- (E, D): p.(1-q).0,8 = 0,403.0,515.0,8 = 0,166
- (D, E): (1-p).q.0,9.0,8 = 0,597.0,485.0,9.0,8 = 0,209
- (D, D): (1-p).(1-q).0,9.0,5 = 0,597.0,515.0,9.0,5 = 0,138

Como tais eventos são independentes, a probabilidade de A ganhar o jogo é igual à soma das probabilidades acima, i.e., 0,591.

3. (i) x = 2:

	A	3, -	0, -
1	B	0, -	3, -
	C	2, -	2, -

	A	2, -	1, -
2	B	2, -	3, -
	C	2, -	2, -

	~~A~~	~~1, -~~	~~0, -~~
3	~~B~~	~~0, -~~	~~1, -~~
	C	2, -	2, -

Nos jogos 1 e 2, não podemos eliminar nenhuma estratégia. Isso porque não existe nenhuma estratégia mista que atribua pesos a duas das estratégias puras e que gere payoffs estritamente maiores do que a terceira estratégia.

No jogo 3, podemos eliminar as estratégias A e B, pois elas são estritamente dominadas pela estratégia C. Não importa qual estratégia o outro jogador escolha, os payoffs de jogar a estratégia C serão estritamente maiores do que os payoffs de jogar a estratégia A ou B para o jogador linha: (2, 2) > (1, 0) e (2, 2) > (0, 1).

(ii) x = 1:

	A	3, -	0, -
1	B	0, -	3, -
	~~C~~	~~1, -~~	~~1, -~~

	A	2, -	1, -
2	B	2, -	3, -
	~~C~~	~~1, -~~	~~1, -~~

	A	1, -	0, -
3	B	0, -	1, -
	C	1, -	1, -

No jogo 1, podemos eliminar a estratégia C através de qualquer estratégia mista que o jogador linha escolha que atribua pesos apenas às estratégias A e B. Por exemplo, a estratégia mista pode ser ele jogar A com probabilidade 1/2 e jogar B com probabilidade 1/2. Não importa qual seja a estratégia escolhida pelo outro jogador, os payoffs esperados de jogar essa estratégia mista serão estritamente maiores do que os payoffs de jogar a estratégia C para o jogador linha: (3/2, 3/2) > (1, 1). Logo, a estratégia C é estritamente dominada por essa estratégia mista, e pode, portanto, ser eliminada.

No jogo 2, podemos eliminar a estratégia C, pois ela é estritamente dominada pela estratégia B. Não importa qual estratégia o outro jogador escolha, os payoffs de jogar a estratégia B serão estritamente maiores do que os payoffs de jogar a estratégia C para o jogador linha: (2, 3) > (1, 1).

No jogo 3, não podemos eliminar nenhuma estratégia. Isso porque não existe nenhuma estratégia mista que atribua pesos a duas das estratégias puras e que gere payoffs estritamente maiores do que a terceira estratégia.

4.

(a) Se 1 é racional, podemos afirmar que ele nunca escolherá a estratégia a, já que ela é estritamente dominada pelas estratégias m e b: (7, 3, 1) > (1, 2, -2) e (5, 6, 4) > (1, 2, -2).

			2	
		e	m	d
	~~a~~	~~1, 3~~	~~2, 2~~	~~-2, 0~~
1	m	$\underline{7}$, 2	3, 4	1, 3
	b	5, 5	$\underline{6}$, 4	$\underline{4}$, 6

(b) Se apenas 2 é racional, nada podemos afirmar sobre a sua escolha, pois ele não tem nenhuma estratégia estritamente dominada ou estritamente dominante.

			2	
		e	m	d
	a	1, $\underline{3}$	2, 2	-2, 0
1	m	7, 2	3, $\underline{4}$	1, 3
	b	5, 5	6, 4	4, $\underline{6}$

(c) Se 1 é racional, vimos que ele eliminará a estratégia a. Mas como 2 não sabe que 1 é racional, não podemos afirmar nada além disso.

(d) Se 2 é racional e sabe que 1 é racional, ele sabe que 1 eliminará a estratégia a. Sendo assim, 2 eliminará a estratégia e, pois ela é estritamente dominada pela estratégia d: (6, 3) > (5, 2). Não podemos afirmar nada além disso (pois não sabemos se 1 sabe que 2 é racional).

			2	
		~~e~~	m	d
	~~a~~	~~1, $\underline{3}$~~	~~2, 2~~	~~-2, 0~~
1	m	~~$\underline{7}$, 2~~	3, $\underline{4}$	1, 3
	b	~~5, 5~~	$\underline{6}$, 4	$\underline{4}$, $\underline{6}$

(e) Como 1 é racional, ele eliminará a estratégia a. O jogador 2, sabendo que 1 é racional, eliminará a estratégia e. O jogador 1 sendo racional e sabendo que 2 é racional e que terá, portanto, eliminado a estratégia e, eliminará a estratégia m, pois ela ficará estritamente dominada pela estratégia b: (6, 4) > (3, 1). Como 2 é racional e sabe que 1 é racional, saberá disso tudo e eliminará a estratégia m, pois ela ficará estritamente dominada pela estratégia d: (6, 3) > (4, 4). Dessa forma, 2 escolherá a estratégia d. Ciente disso, 1 escolherá a estratégia b. Logo, encontramos o equilíbrio desse jogo: (b, d).

			2	
		e	m	d
	a	1, 3	2, 2	-2, 0
1	m	7, 2	3, 4	1, 3
	b	5, 5	6, 4	4, 6

(f) Nesse caso, acontecerá tudo o que foi descrito no item (d), mas ambos os jogadores saberão que a estratégia a será eliminada pelo jogador 1 e que a estratégia e será eliminada pelo jogador 2. A partir daí, tudo se passa exatamente igual ao descrito no item (e).

5.

(a) Os conjuntos de estratégias dos jogadores I e II são representados, respectivamente, por: $S_I = \{A, B, C, D\}$ e $S_{II} = \{E, F, G, H\}$.

(b) Para o jogador I, a estratégia B é estritamente dominada pela estratégia A, uma vez que todos os payoffs associados a A são estritamente maiores do que aqueles associados a B: (2, 4, 0, 2) > (0, 3, -2, 1). Logo, B é eliminada.

			II		
		E	F	G	H
	A	2, 1	4, 0	0, 0	2, -2
I	B	0, 2	3, 2	-2, 3	1, 1
	C	0, 0	3, -2	1, 2	2, 0
	D	-2, 3	2, 1	0, 2	1, 2

Além disso, o jogador I eliminará a estratégia D, pois ela ficará estritamente dominada por qualquer estratégia mista composta pelas estratégias A e C (independente da escolha de II). Por exemplo, se I jogar A com probabilidade 1/2 e C com probabilidade 1/2, os payoffs esperados dessa estratégia serão estritamente maiores do que os payoffs da estratégia D: (1, 7/2, 1/2, 2) > (-2, 2, 0, 1).

I \ II	E	F	G	H
A	2, 1	4, 0	0, 0	2, -2
~~B~~	~~0, 2~~	~~3, 2~~	~~-2, 3~~	~~1, 1~~
C	0, 0	3, -2	1, 2	2, 0
~~D~~	~~-2, 3~~	~~2, 1~~	~~0, 2~~	~~1, 2~~

A partir daí, o jogador II elimina as estratégias F e H. A estratégia F é estritamente dominada pela estratégia E: (1, 0) > (0, -2); e a estratégia H é estritamente dominada pela estratégia G: (0, 2) > (-2, 0).

I \ II	E	~~F~~	G	~~H~~
A	2, 1	~~4, 0~~	0, 0	~~2, -2~~
~~B~~	~~0, 2~~	~~3, 2~~	~~-2, 3~~	~~1, 1~~
C	0, 0	~~3, -2~~	1, 2	~~2, 0~~
~~D~~	~~-2, 3~~	~~2, 1~~	~~0, 2~~	~~1, 2~~

Logo, as únicas estratégias que sobrevivem à eliminação iterada de estratégias estritamente dominadas são as estratégias A e C do jogador I, e E e F do jogador II. Assim, estas são as estratégias racionalizáveis desse jogo.

(c) Retirando as estratégias eliminadas no item anterior, o jogo pode ser resumido à seguinte forma:

I		II: (q) E	(1-q) G
(p)	A	2, 1	0, 0
(1-p)	C	0, 0	1, 2

Vemos acima que os equilíbrios de Nash em estratégias puras desse jogo são (A, E) e (C, G). Agora vejamos em estratégias mistas. O jogador I escolherá a estratégia A se:

$$\text{payoff esperado (A)} \geq \text{payoff esperado (C)}$$
$$q.(2) + (1-q).(0) \geq q.(0) + (1-q).(1)$$
$$3q \geq 1$$
$$\boxed{q \geq 1/3}$$

Analogamente, ele escolherá C se:

$$\text{payoff esperado (A)} \geq \text{payoff esperado (C)}$$
$$q.(0) + (1-q).(1) \geq q.(2) + (1-q).(0)$$
$$3q \leq 1$$
$$\boxed{q \leq 1/3}$$

Portanto, concluímos que: se $q < 1/3$, o jogador I escolherá a estratégia C com certeza ($p = 0$); se $q > 1/3$, ele escolherá A com certeza ($p = 1$); e se $q = 1/3$, ele escolherá A com probabilidade $0 < p < 1$ e C com probabilidade $0 < (1-p) < 1$.

Para o jogador II vale o mesmo. Portanto, ele escolherá E se:

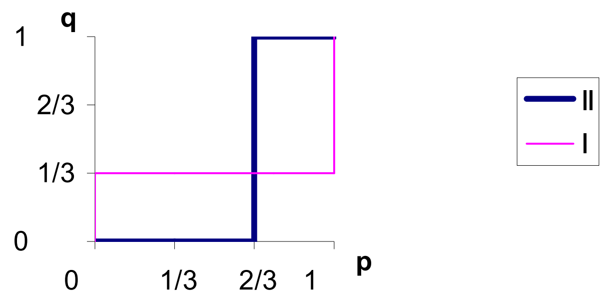
$$\text{payoff esperado (E)} \geq \text{payoff esperado (G)}$$
$$p.(1) + (1-p).(0) \geq p.(0) + (1-p).(2)$$
$$3p \geq 2$$
$$\boxed{p \geq 2/3}$$

Analogamente, ele escolherá G se:

$$\text{payoff esperado (G)} \geq \text{payoff esperado (E)}$$
$$p.(0) + (1-p).(2) \geq p.(1) + (1-p).(0)$$
$$3p \leq 2$$
$$\boxed{p \leq 2/3}$$

Portanto, concluímos que: se $p < 2/3$, o jogador II escolherá G com certeza ($q = 0$); se $p > 2/3$, ele escolherá a estratégia E com certeza ($q = 1$); e se $p = 2/3$, ele escolherá E com probabilidade $0 < q < 1$ e G com probabilidade $0 < (1-q) < 1$.

Dado isso, podemos desenhar as funções melhor resposta para cada jogador. O encontro dessas duas funções define o equilíbrio de Nash em estratégias mistas.



Logo, o equilíbrio de Nash em estratégias mistas do jogo é $p = 2/3$ e $q = 1/3$.

6. Se x = 3, o jogo é representado da maneira que segue. Observe que há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras: (A, D) e (B, E).

			2	
			(q)	(1-q)
			E	D
1	(p)	A	$\underline{10}$, 0	$\underline{5}$, $\underline{2}$
	(1-p)	B	$\underline{10}$, $\underline{3}$	2, 0

Repare que os payoffs gerados pelo equilíbrio (B, E) são estritamente maiores do que aqueles gerados pelo equilíbrio (A, D) para ambos os jogadores ((10, 3) > (5, 2)). Então, o primeiro equilíbrio seria mais interessante para os dois. Portanto, o jogador 1 gostaria de induzir o jogador 2 a jogar E com a promessa de que ele jogará B. Se houver algo que garanta que 1 cumpra a sua promessa, não haverá motivo para 2 não jogar E, uma vez que ele é racional e o melhor para ele é o equilíbrio (B, E). Agora, se existir a possibilidade de 1 quebrar a sua promessa e jogar A em vez de B, 2 temerá jogar E. Isso porque o payoff esperado para 1 de jogar A é pelo menos tão alto quanto jogar B ((10, 5) > (10, 2)). Então, não havendo garantia de que 2 irá jogar E, o melhor para 1 seria jogar A. Sabendo disso, o mais provável é que 2 jogue D, pois aí fica com um payoff de 2 em vez de 0.

Para o caso de x = -1, o jogo é representado abaixo. Repare que agora há apenas um equilíbrio de Nash: (A, D).

			2	
			(q)	(1-q)
			E	D
1	(p)	A	$\underline{10}$, 0	$\underline{5}$, $\underline{2}$
	(1-p)	B	$\underline{10}$, -1	2, $\underline{0}$

Nesse caso, veja que a estratégia E é estritamente dominada para 2 pela estratégia D. Sendo assim, 1 não tem como fazer 2 jogar E. Desa forma, ele não fará nenhuma promessa a 2 e o resultado do jogo será mesmo o equilíbrio (A, D).

7.

(i) Vejamos inicialmente o caso de uma pessoa que recebe um envelope com $3200. Certamente ela não vai querer trocar de envelope, pois saberá que a outra pessoa tem um envelope com $1600. Suponha agora que ela receba um envelope com $1600. Nesse caso, ela saberá que a outra pessoa recebeu um envelope com $3200 ou $800. No entanto, ela saberá também que a outra pessoa somente estará disposta a trocar se tiver recebido um envelope com $800, pois, como vimos, uma pessoa que recebe \$3200 nunca vai querer trocar. Logo, ela também não vai querer trocar. Suponha agora que ela receba um envelope com \$800. Nesse caso, ela saberá que a outra pessoa recebeu um envelope com \$1600 ou \$400. No entanto, ela saberá também que a outra pessoa somente estará disposta a trocar se tiver recebido um envelope com \$400, pois, como vimos, uma pessoa que recebe \$1600 nunca vai querer trocar. Logo, ela também não vai querer trocar.E por aí vai. Logo, por indução, se a pessoa receber um envelope com \$400, \$200 ou \$100 ela também não vai querer trocar. Somente se a pessoa receber \$50 que ela vai querer trocar, pois saberá que a outra terá \$100. Dessa forma, nunca haverá troca.

(ii) Dessa forma, a estratégia de cada jogador é trocar se receber um envelope com \$50 e não trocar se receber um envelope com qualquer outra quantia. Logo, o equilíbrio é sempre não haver troca.

8. Abaixo representamos o jogo na forma normal. O maior payoff para cada jogador é quando o outro faz a reserva e ele não e o menor é quando nenhum dos dois faz a reserva.

			JOÃO	
			(q)	(1-q)
			R	NR
JOSÉ	(p)	R	1/2, 1/2	$\underline{1}$, $\underline{2}$
	(1-p)	NR	$\underline{2}$, $\underline{1}$	-1, -1

Vemos que há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras nesse jogo: (NR, R) e (R, NR). Ou seja, o melhor para eles é que apenas um deles faça a reserva. Vejamos agora em estratégias mistas. José escolherá fazer a reserva se:

$$\text{payoff esperado (R)} \geq \text{payoff esperado (NR)}$$
$$q(1/2) + (1-q).(1) \geq q.(2) + (1-q).(-1)$$
$$(7/2)q \leq 2$$
$$\boxed{q \leq 4/7}$$

Analogamente, José escolherá não fazer a reserva se:

$$\text{payoff esperado (NR)} \geq \text{payoff esperado (R)}$$
$$q.(2) + (1-q).(-1) \geq q(1/2) + (1-q).(1)$$
$$(7/2)q \geq 2$$
$$\boxed{q \geq 4/7}$$

Para João vale o mesmo. Como o jogo é simétrico, temos que ele escolherá fazer a reserva se $p \leq 4/7$ e escolherá não fazer a reserva se $p \geq 4/7$. O equilíbrio de Nash em estratégias mistas desse jogo é $p = q = 4/7$.

9. Vejamos quais os payoffs dos alunos em cada situação possível. A primeira possibilidade são os dois alunos fazendo bem cada um a sua parte. Nesse caso, eles recebem nota 10 e realizam esforço 7; logo, $U = 10 - 7 = 3$ para ambos. A segunda possibilidade é um deles fazer bem a sua parte e o outro fazer mal. Nesse caso, eles recebem nota 7, e o que faz bem a sua parte fica com payoff $U = 7 - 7 = 0$ e o que faz mal a sua parte fica com payoff $U = 7 - 3 = 4$. E a última possibilidade são os dois alunos fazendo mal cada um a sua parte. Daí, eles recebem nota 4 e realizam esforço 3; logo, $U = 4 - 3 = 1$ para ambos.

(a) A representação desse jogo na forma normal é dada a seguir. As estratégias para cada aluno são fazer bem (B) ou fazer mal (M) a sua parte no trabalho.

		2	
		B	M
1	B	3, 3	0, $\underline{4}$
	M	$\underline{4}$, 0	$\underline{1}$, $\underline{1}$

Repare que a estratégia fazer bem a sua parte no trabalho é estritamente dominada pela estratégia fazer mal. Dessa forma, o único equilíbrio de Nash desse jogo é (M, M).

(b) Alterando-se a função utilidade, vejamos como ficariam os payoffs. Se ambos fizerem bem a sua parte no trabalho, ficam com payoff $U = (10)^2 - 7 = 93$. Se um faz bem e o outro faz mal, o primeiro fica com payoff $U = (7)^2 - 7 = 42$ e o segundo fica com payoff $U = (7)^2 - 3 = 46$. E se ambos fazem mal a sua parte no trabalho, ficam com payoff $U = (4)^2 - 3 = 13$. Abaixo está a representação desse jogo na forma normal.

		2	
		B	M
1	B	$\underline{93}$, $\underline{93}$	$\underline{42}$, 46
	M	46, $\underline{42}$	13, 13

Repare que o resultado se inverte nesse caso: a estratégia fazer mal a sua parte no trabalho é estritamente dominada pela estratégia fazer bem. Dessa forma, o único equilíbrio de Nash desse jogo é (B, B). Essa mudança se deve ao fato da nova forma da função utilidade dar muito mais peso à nota obtida pelo trabalho.

(c) Se cada um faz o seu trabalho individualmente, terá utilidade 3 se o fizer bem e utilidade 1 se o fizer mal. Sendo racionais, cada um escolherá fazer o seu trabalho bem, pois lhe dará maior utilidade. Sendo assim, o trabalho centralizado dá um resultado melhor do que o trabalho dividido.

10. Vejamos todas as combinações possíveis. Se uma firma não produzir nenhum engradado, o lucro dela será zero. Agora, se a outra produzir 3 engradados, o preço será p = 13 – 3 = 10 e ela terá lucro 3.(10 – 1) = 27; se produzir 4 engradados, o preço será p = 13 – 4 = 9 e ela terá lucro 4.(9 – 1) = 32; se produzir 6 engradados, o preço será p = 13 – 6 = 7 e ela terá lucro 6.(7 – 1) = 36; e se produzir 12 engradados, o preço será p = 13 – 12 = 1 e ela terá lucro 12.(1 – 1) = 0.

    Suponha que uma firma produza 3 engradados. Se a outra também produzir 3 engradados, o preço será p = 13 – 6 = 7 e cada uma terá lucro 3.(7 – 1) = 18; se a outra produzir 4 engradados, o preço será p = 13 – 7 = 6 e o lucro da primeira será 3.(6 – 1) = 15 e o lucro desta será 4.(6 – 1) = 20; se a outra produzir 6 engradados, o preço será p = 13 – 9 = 4 e o lucro da primeira será 3.(4 – 1) = 9 e o lucro desta será 6.(4 – 1) = 18; e se a outra produzir 12 engradados, o preço será p = 0 (já que Q = 15 > 13) e o lucro da primeira será 3.(0 – 1) = - 3 e o lucro desta será 12.(0 – 1) = - 12.

    Suponha que uma firma produza 4 engradados. Se a outra também produzir 4 engradados, o preço será p = 13 – 8 = 5 e cada uma terá lucro 4.(5 – 1) = 16; se a outra produzir 6 engradados, o preço será p = 13 – 10 = 3 e o lucro da primeira será 4.(3 – 1) = 8 e o lucro desta será 6.(3 – 1) = 12; e se a outra produzir 12 engradados, o preço será p = 0 (já que Q = 16 > 13) e o lucro da primeira será 4.(0 – 1) = - 4 e o lucro desta será 12.(0 – 1) = - 12.

    Suponha que uma firma produza 6 engradados. Se a outra também produzir 6 engradados, o preço será p = 13 – 12 = 1 e cada uma terá lucro 6.(1 – 1) = 0; e se a outra produzir 12 engradados, o preço será p = 0 (já que Q = 18 > 13) e o lucro da primeira será 6.(0 – 1) = - 6 e o lucro desta será 12.(0 – 1) = - 12. E, por fim, se ambas as firmas produzirem 12 engradados, elas terão lucro – 12.

    (a) Abaixo segue a representação do jogo na forma normal.

			2			
		0	3	4	6	12
	0	0, 0	0, 27	0, 32	0, $\underline{36}$	$\underline{0}$, 0
1	3	27, 0	18, 18	15, $\underline{20}$	$\underline{9}$, 18	-3, -12
	4	32, 0	$\underline{20}$, 15	$\underline{16}$, $\underline{16}$	8, 12	-4, -12
	6	$\underline{36}$, 0	18, $\underline{9}$	12, 8	0, 0	-6, -12
	12	0, $\underline{0}$	-12, -3	-12, -4	-12, -6	-12, -12

    (b) A estratégia de produzir 12 engradados pode ser eliminada para as duas empresas. Ela é estritamente dominada pelas estratégias 3, 4 e 6 (e fracamente dominada pela estratégia 0). Com isso, também podemos eliminar a estratégia

0, pois ela se torna estritamente dominada pelas estratégias 3 e 4 (e fracamente dominada pela estratégia 6). Agora podemos eliminar a estratégia 6, pois ela se torna estritamente dominada pela estratégia 4 (e fracamente dominada pela estratégia 3). E, por fim, eliminamos a estratégia 3 que se torna estritamente dominada pela estratégia 4. Dessa forma, encontramos uma solução por dominância estrita (e, por conseguinte, por dominância fraca também) para esse jogo: (4, 4).

				2		
		0	3	4	6	12
	0	0, 0	0, 27	0, 32	0, $\underline{36}$	$\underline{0}$, 0
1	3	27, 0	18, 18	15, $\underline{20}$	$\underline{9}$, 18	-3, -12
	4	32, 0	$\underline{20}$, 15	$\underline{16}$, $\underline{16}$	8, 12	-4, -12
	6	$\underline{36}$, 0	18, $\underline{9}$	12, 8	0, 0	-6, -12
	12	0, $\underline{0}$	-12, -3	-12, -4	-12, -6	-12, -12

(c) Se houvesse apenas uma firma no mercado, ela produziria 6 engradados, pois esta é a quantidade que maximizaria o seu lucro (veja que 36 é o maior lucro que uma firma pode obter, o que ocorre quando a outra não produz nada). Portanto, se cada uma produzisse 3 engradados, elas dividiriam esse lucro máximo. No entanto, isso não acontece, pois nessa interação estratégica entre as duas firmas, a estratégia 3 acaba sendo estritamente dominada pela estratégia 4, e por isso o equilíbrio acaba sendo (4, 4). Apenas com coordenação elas poderiam alcançar o lucro máximo gerado por (3, 3).

11. Primeiramente, façamos o problema de maximização de lucro da firma 1, que é representado por:

$$\underset{q_1}{Max}\ P.q_1 - C.q_1 \equiv \underset{q_1}{Max}\ q_1\left[A - (q_1 + ... + q_N) - C\right]$$

$$\underline{\text{CPO}}:\ q_1)\ A - (q_1 + ... + q_N) - C - q_1 = 0$$

$$q_1 = \frac{A - C - q_2 - q_3 - ... - q_N}{2}$$

Para as outras firmas, temos uma CPO equivalente. Como elas são idênticas (têm os mesmos custos), elas produzirão a mesma quantidade. Dessa forma, $q_1^* = ... = q_N^*$. Daí:

$$q_1^* = \frac{A - C - (N-1)\,q_1^*}{2}$$

$$q_1^* = ... = q_N^* = \frac{A - C}{N + 1}$$

Logo, esse é o equilíbrio de Cournot-Nash simétrico. Quando o número de firmas no mercado tende a infinito ($N \rightarrow \infty$), vemos que a quantidade produzida por cada firma tende a zero. Isso porque a quantidade total demandada no mercado é dada ($Q = a - c$) e as firmas (idênticas entre si) devem dividí-lo igualmente entre elas. Portanto, quanto maior o número de firmas no mercado, menor a quantidade produzida por cada uma delas.

12.

(a) Dilema dos prisioneiros

		2	
		Confessa	Não confessa
1	Confessa	-8, -8	0, -10
	Não confessa	-10, 0	-1, -1

Veja que a estratégia "não confessa" é estritamente dominada pela estratégia "confessa" para ambos os jogadores. Logo, o único equilíbrio de Nash desse jogo é o equilíbrio em estratégias puras (confessa, confessa).

(b) Batalha dos sexos

			2	
			(q)	(1-q)
			Balé	Boxe
1	(p)	Balé	2, 1	0, 0
	(1-p)	Boxe	0, 0	2, 1

Ver resolução do exercício 5 (c) que é idêntica.

(c) Par ou ímpar

			2	
			(q)	(1-q)
			Par	Ímpar
1	(p)	Par	1, -1	-1, 1
	(1-p)	Ímpar	-1, 1	1, -1

Não há equilíbrios de Nash em estratégias puras. Vejamos agora em estratégias mistas. O jogador 1 somente escolherá jogar par se:

$$\text{payoff esperado (par)} \geq \text{payoff esperado (ímpar)}$$
$$q(1) + (1-q).(-1) \geq q.(-1) + (1-q).(1)$$
$$4q \geq 2$$
$$\boxed{q \geq 1/2}$$

Analogamente, 1 somente escolherá jogar ímpar se:

$$\text{payoff esperado (ímpar)} \geq \text{payoff esperado (par)}$$
$$q.(-1) + (1-q).(1) \geq q(1) + (1-q).(-1)$$
$$4q \leq 2$$
$$\boxed{q \leq 1/2}$$

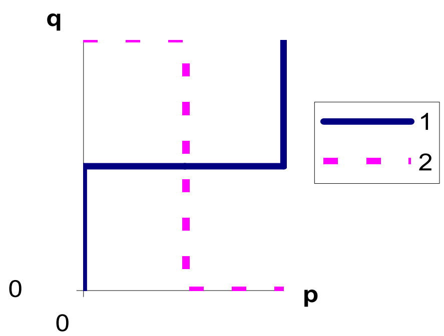
Para o jogador 2 vale o mesmo. Ele escolherá jogar par se:

$$\text{payoff esperado (par)} \geq \text{payoff esperado (ímpar)}$$
$$p.(-1) + (1-p).(1) \geq p(1) + (1-p).(-1)$$
$$4p \leq 2$$
$$\boxed{p \leq 1/2}$$

Analogamente, 2 escolherá jogar ímpar se:

$$\text{payoff esperado (ímpar)} \geq \text{payoff esperado (par)}$$
$$p(1) + (1-p).(-1) \geq p.(-1) + (1-p).(1)$$
$$4p \geq 2$$
$$\boxed{p \geq 1/2}$$

Logo, o equilíbrio de Nash em estratégias mistas desse jogo é p = q = 1/2.



13.

(a) A representação do jogo na forma normal está abaixo.

		PAR		
		0	1	2
ÍMPAR	0	-1, 1	1, -1	-1, 1
	1	1, -1	-1, 1	1, -1
	2	-1, 1	1, -1	-1, 1

Não há equilíbrios de Nash em estratégias puras nesse jogo.

(b) Para que os jogadores atribuam probabilidade positiva para cada uma de suas estratégias puras, é preciso que os payoffs esperados de jogar cada uma delas sejam idênticos para cada jogador. Vejamos primeiro os payoffs esperados de cada estratégia para o jogador "ímpar".

			PAR		
			(1/3)	(1/3)	(1/3)
			0	1	2
	(1/3)	0	-1, 1	1, -1	-1, 1
ÍMPAR	(1/3)	1	1, -1	-1, 1	1, -1
	(1/3)	2	-1, 1	1, -1	-1, 1

- PE (0): (1/3).(-1) + (1/3).1 + (1/3).(-1) = -1/3
- PE (1): (1/3).(1) + (1/3).(-1) + (1/3).(1) = 1/3
- PE (2): (1/3).(-1) + (1/3).1 + (1/3).(-1) = -1/3

E agora para o jogador "par".

- PE (0): (1/3).(1) + (1/3).(-1) + (1/3).(1) = 1/3
- PE (1): (1/3).(-1) + (1/3).1 + (1/3).(-1) = -1/3
- PE (2): (1/3).(1) + (1/3).(-1) + (1/3).(1) = 1/3

Vemos, portanto, que esse não pode ser um equilíbrio. Repare que se o jogador "par" jogar cada uma de suas estratégias com probabilidade 1/3, o jogador "ímpar" vai querer jogar somente a estratégia 1 por gerar o maior payoff esperado (vai atribuir probabilidade 1 para a estratégia 1 e probabilidade 0 para as estratégias 0 e 2). Agora, se o jogador "ímpar" jogasse cada uma de suas estratégias com probabilidade 1/3, o jogador "par" nunca ia querer jogar a estratégia 1 (ele vai atribuir probabilidade 0 para a estratégia 1).

(c) Para encontrarmos o equilíbrio desse jogo, devemos maximizar a utilidade esperada de cada um dos jogadores.

				PAR	
			(p)	(q)	(1-p-q)
			0	1	2
	(a)	0	-1, 1	1, -1	-1, 1
ÍMPAR	(b)	1	1, -1	-1, 1	1, -1
	(1-a-b)	2	-1, 1	1, -1	-1, 1

Vejamos primeiro para o jogador "ímpar".

$$\max_{a,b}\ a.p(-1) + a.q(1) + a.(1-p-q)(-1) + b.p(1) + b.q(-1) + b.(1-p-q)(1) + (1-a-b).p(-1) + (1-a-b).q(1) + (1-a-b).(1-p-q)(-1)$$

<u>CPO</u>: a) $-p + q - (1-p-q) + p - q + (1-p-q) = 0$

$$0 = 0$$

b) $p - q + (1-p-q) + p - q + (1-p-q) = 0$

$$4q = 2$$

$$\boxed{q = 1/2}$$

Agora fazemos o mesmo para o jogador "par".

$$\max_{p,q}\ a.p(1) + a.q(-1) + a.(1-p-q)(1) + b.p(-1) + b.q(1) + b.(1-p-q)(-1) + (1-a-b).p(1) + (1-a-b).q(-1) + (1-a-b).(1-p-q)(1)$$

<u>CPO</u>: p) $a - a - b + b + (1-a-b) - (1-a-b) = 0$

$$0 = 0$$

q) $-a - a + b + b - (1-a-b) - (1-a-b) = 0$

$$4b = 2$$

$$\boxed{b = 1/2}$$

Vemos, portanto, que um equilíbrio de Nash em estratégias mistas desse jogo é caracterizado pelo jogador "ímpar" jogando 0 com probabilidade a, 1 com probabilidade 1/2 e 2 com probabilidade (1/2) – a, com $0 \leq a \leq 1/2$, e o jogador "par" jogando 0 com probabilidade p, 1 com probabilidade 1/2 e 2 com probabilidade (1/2) – p, com $0 \leq p \leq 1/2$. Quaisquer valores de a e de p que satisfaçam tais condições caracterizam um equilíbrio de Nash em estratégias mistas. Há portanto múltiplos equilíbrios. Vejamos quanto é a utilidade esperada para cada jogador.

- <u>ÍMPAR</u>: $-a.p + a(1/2) - a.(1/2-p) + p(1/2) - 1/4 + (1/2-p).(1/2) - p.(1/2-a) + (1/2).(1/2-a) - (1/2-a).(1/2-p) = 0$

- <u>PAR</u>: $a.p - a(1/2) + a.(1/2-p) - p(1/2) + 1/4 - (1/2-p).(1/2) + p.(1/2-a) - (1/2).(1/2-a) + (1/2-a).(1/2-p) = 0$

Dessa forma, concluímos que a afirmação é falsa e que nenhum dos jogadores possui vantagem em equilíbrio.

14. Considere o jogo a seguir.

		B		
		B1	B2	B3
A	A1	1, 3	2, 0	4, 1
	A2	7, 0	3, 3	1, 1

Repare que nenhuma estratégia pura do jogador B é dominada por qualquer outra estratégia pura. No entanto, podemos encontrar pelo menos uma estratégia mista que atribua pesos às estratégias B1 e B2 que deixe a estratégia B3 dominada. Por exemplo, considere a estratégia mista que atribui probabilidade 1/2 para B1 e 1/2 para B2. Tal estratégia gera payoff esperado de (1/2).3 + (1/2).0 = 3/2 se A jogar A1 (contra 1 de B3) e de (1/2).0 + (1/2).3 = 3/2 se A jogar A2 (contra 1 de B3). Logo, vemos que B3 é estritamente dominada por esta estratégia mista (na verdade, qualquer estratégia mista que atribua probabilidade estritamente maior que 1/3 tanto para B1 quanto para B2 deixa B3 estritamente dominada por ela).

15. Note, primeiramente, que a estratégia 20hs para a Globo é estritamente dominada pela estratégia 19hs. Dessa forma, certamente a Globo apresentará o seu telejornal às 19hs (com probabilidade 1). Há dois equilíbrios de Nash em estratégias puras: (20hs, 19hs, 19hs) e (19hs, 20hs, 19hs). Agora para encontrarmos em estratégias mistas podemos considerar apenas o SBT e a Band.

			Band	
			(q)	(1-q)
			19hs	20hs
SBT	(p)	19hs	24, 34	23, 40
	(1-p)	20hs	40, 26	18, 22

O SBT escolherá 19hs se:

$$\text{payoff esperado (19hs)} \geq \text{payoff esperado (20hs)}$$
$$q.(24) + (1-q).(23) \geq q.(40) + (1-q).(18)$$
$$21q \leq 5$$
$$\boxed{q \leq 5/21}$$

Analogamente, o SBT escolherá 20hs se:

$$\text{payoff esperado (20hs)} \geq \text{payoff esperado (19hs)}$$
$$q.(40) + (1-q).(18) \geq q.(24) + (1-q).(23)$$
$$21q \geq 5$$
$$\boxed{q \geq 5/21}$$

Para a Band vale o mesmo. Portanto, ela escolherá 19hs se:

payoff esperado (19hs) $\geq$ payoff esperado (20hs)
p.(34) + (1-p).(26) $\geq$ p.(40) + (1-p).(22)
10p $\leq$ 4
$\boxed{p \leq 2/5}$

Analogamente, a Band escolherá 20hs se:

payoff esperado (20hs) $\geq$ payoff esperado (19hs)
p.(40) + (1-p).(22) $\geq$ p.(34) + (1-p).(26)
10p $\geq$ 4
$\boxed{p \geq 2/5}$

Logo, o equilíbrio de Nash em estratégias mistas é p = 2/5 e q = 5/21 (e Globo escolhendo 19hs com probabilidade 1).

16. Cada aluno vai querer maximizar a quantidade de bônus recebida. Faremos o problema de maximização do aluno 1 e depois generalizaremos.

$$\underset{q_1}{Max}\, B \equiv \underset{q_1}{Max} \frac{1}{1000} R(q_1) \equiv \underset{q_1}{Max} \frac{1}{1000} P.q_1 \equiv \underset{q_1}{Max} \frac{1}{1000} [200 - q_1 - ... - q_n] q_1$$

<u>CPO:</u> $q_1)\ 200 - q_1 - ... - q_n - q_1 = 0$

$$q_1 = \frac{200 - q_2 - ... - q_n}{2}$$

Como os alunos são idênticos, temos que, em equilíbrio, $q_1^* = q_2^* = ... = q_n^*$. Daí:

$$q_1^* = \frac{200 - (n-1) q_1^*}{2}$$

$$q_1^* = \frac{200}{n+1} \leq 100$$

Note que para que seja respeitada a restrição da dotação inicial de 100 créditos por aluno basta que $n \geq 1$, o que sempre é respeitado. Além disso, se somarmos a quantidade de créditos revendidos entre os n alunos vemos que a quantidade total Q é estritamente menor do que 200. Logo, o professor demanda os créditos. Daí, o preço é dado por:

$$P = 200 - Q = 200 - \frac{n}{n+1}200$$
$$P = \frac{200}{n+1}$$

E dessa forma, cada aluno recebe uma quantidade de bônus igual a:

$$B = \frac{P.Q}{1000} \Rightarrow B = \frac{40}{(n+1)^2}$$

Logo, a estratégia ótima para cada aluno é revender 200/(n+1) créditos ao professor.

17. Seja r_i o número escolhido pelo aluno i. Daí, esse número deve ser igual a:

$$r_i = \frac{1}{2}\frac{1}{n}\sum_i r_i$$

Isso vale para todo i. Daí, somando em i, temos que:

$$\sum_i r_i = \frac{1}{2}\frac{n}{n}\sum_i r_i$$
$$\sum_i r_i = \frac{1}{2}\sum_i r_i$$

Como $r_i \geq 0$ para todo i, temos que $r_i = 0$ para todo i.

18. Seja o jogo abaixo.

		II	
		C	D
I	A	1.000.000; 2	-1.000.000; 1
	B	999.999; 3	999.999; 2

(a) Repare que a estratégia D é estritamente dominada por C para o jogador II. Logo, o único equilíbrio de Nash desse jogo é (A, C), que é, portanto, o resultado esperado do jogo.

(b) Não. Suponha que exista uma probabilidade (muito pequena) $\varepsilon > 0$ de que o jogador II erre e jogue D. Nesse caso, I perderia bastante jogando A. Como existe uma probabilidade positiva de II errar e como I receberia apenas um real a menos do que um milhão, I vai preferir jogar B para se proteger.