Gabarito – Lista #1, Micro II, agosto/2005

1) $C(q) = cq; D(p) = ap^{-\varepsilon}; a, c > 0$

a)

$Elast. = dq/q\big/dp/p = dq/dp\big/p/q = d(ap^{-\varepsilon})/dp\big/(p/ap^{-\varepsilon}) = -\varepsilon ap^{-\varepsilon-1}\,p\big/ap^{-e} = -\varepsilon ap^{-\varepsilon}/ap^{-\varepsilon} = -\varepsilon$

b) $R(p) = pq = pD(p) = pap^{-\varepsilon} = ap^{1-\varepsilon}$

$dR(p)\big/dp = (1-\varepsilon)ap^{-\varepsilon}$

c) Há, pelos menos, três maneiras de fazer essa conta. Escolha a que considerar mais simples.

i) $\pi = R(p) - c(p) = ap^{1-\varepsilon} - cap^{-\varepsilon}$

$d\pi\big/dp = 0 \therefore (1-\varepsilon)ap^{-\varepsilon} + \varepsilon cap^{-\varepsilon-1} = 0 \Rightarrow \varepsilon cap^{-(1+\varepsilon)} = (\varepsilon-1)ap^{-\varepsilon} \Rightarrow \varepsilon c\big/(\varepsilon-1) = p^{-\varepsilon+1+\varepsilon}$

logo, $p = \varepsilon c\big/(\varepsilon-1)$

ii) $D(p) = ap^{-\varepsilon} \Rightarrow p = a^{1/\varepsilon}\big/q^{1/\varepsilon}, q = D(p)$

logo, $\pi = R(q) - c(q) = a^{1/\varepsilon}q\big/q^{1/\varepsilon} - cq = a^{1/\varepsilon}q^{(\varepsilon-1)/\varepsilon} - cq$

C.P.O.:

$(\varepsilon-1/(\varepsilon))a^{1/\varepsilon}q^{-1/\varepsilon} = c \Rightarrow (a/q)1/\varepsilon = (\varepsilon/(\varepsilon-1))c \Rightarrow a^{1/\varepsilon} = q^{1/\varepsilon}(\varepsilon/(\varepsilon-1))c \Rightarrow q^{1/\varepsilon} = (a^{1/\varepsilon}/c)((\varepsilon-1)/\varepsilon)$

logo, $q = \dfrac{a}{c^{\varepsilon}}\left(\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\right)^{\varepsilon}$

Logo, $p = \dfrac{a^{1/\varepsilon}}{\dfrac{a^{1/\varepsilon}}{c}\dfrac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon-1}c$

iii) $\pi = p(q)q - cq$

$\dfrac{dp}{dq}q + p(q) = c \Rightarrow \dfrac{dp}{dq}\dfrac{q}{p}p + p = c \Rightarrow p(1-\dfrac{1}{\varepsilon}) = c \Rightarrow p = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon-1}c$

Atenção: o problema só tem solução para demanda *elástica*, i.e., $|\varepsilon| > 1$

d) O preço deve ser função da elasticidade: quanto menos elástica for a demanda (mas estritamente maior do que 1), maior o poder de mercado do monopolista e, portanto, maior o mark-up que poderá cobrar sobre o custo marginal da produção. Quanto mais elástica a demanda, menor esse poder. No limite, quando $\varepsilon \to \infty$, o monopolista perde todo o poder de mercado; equivale ao caso de concorrência perfeita e, como esperado, o preço cobrado converge para c.

e) *ENUNCIADO ERRADO: $\varepsilon \to 1$, POIS ε NÃO PODE SER NEGATIVO – FOSSE ESSE O CASO, A DEMANDA AUMENTARIA COM O PREÇO.*

A expressão para p calculada acima não está determinada para $\varepsilon = 1$. Podemos tentar o limite. É mais fácil, porém, utilizar a função demanda.

$\varepsilon \to 1 \Rightarrow D(p) = \dfrac{a}{p} \Rightarrow p = \dfrac{a}{q} \Rightarrow \pi = \dfrac{a}{q}q - cq = a - cq \Rightarrow \dfrac{d\pi}{dq} = -c \neq 0\,\forall q$

Logo, não existe solução para o problema do monopolista. Como a derivada do lucro em relação à quantidade é negativa, o monopolista vai produzir uma quantidade arbitrariamente próxima de zero, pois o preço tende a infinito. Como o preço tende a infinito mais rapidamente do que a quantidade tende a zero (é o crescimento de uma função conveza contra o decréscimo de uma função linear) e o custo também tende a zero, o lucro tende a infinito.

f) $R(q) = pq = \dfrac{a1/\varepsilon}{q1/\varepsilon} q = a^{1/\varepsilon} q^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}}$

$RMg(q) = \dfrac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} a^{1/\varepsilon} q^{-1/\varepsilon}$

g) A quantidade já foi calculada no item c(ii). Podemos encontrar o mesmo valor igualando a receita marginal encontrada no item f ao custo marginal.

2) *ENUNCIADO ERRADO: A FUNÇÃO-CUSTO É DADA POR* $c(q) = q^2 = (q_1 + q_2)^2$

a)

$$\pi = (100 - \frac{q_1}{2})q_1 + (100 - q_2)q_2 - (q_1 + q_2)^2 \Rightarrow \pi = 100q_1 - \frac{q_1^{\ 2}}{2} + 100q_2 - q_2^{\ 2} - q_1^{\ 2} - 2q_1q_2 - q_2^{\ 2}$$

b)C.P.O.:

$$100 - q_1 - 2q_1 - 2q_2 = 0 \Rightarrow 100 - 2q_2 = 3q_1 \Rightarrow q_1 = \frac{100 - 2q_2}{3}$$

$$100 - 2q_2 - 2q_1 - 2q_2 = 0 \Rightarrow 100 - 2q_1 = 4q_2 \Rightarrow q_2 = 25 - \frac{q_1}{2}$$

Resolvendo esse sistema, temos:

$q_1 = 25$

$q_2 = 12{,}5$

c) $p_1 = 100 - \dfrac{25}{2} = 87{,}5$

$p_2 = 100 - q_2 = 87{,}5$

$\pi = 87{,}5(25 + 12{,}5) - (25 + 12{,}5)^2 = 1875$

d)

$$\pi_1 = (100 - \frac{q_1}{2})q_1 - q_1^{\ 2} = 100q_1 - \frac{q_1^{\ 2}}{2} - q_1^{\ 2} = 100q_1 - \frac{3}{2q_1^{\ 2}}$$

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = 0 \therefore 100 - 3q_1 = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{100}{3}$$

$$\pi_2 = (100 - q_2)q_2 - q_2^{\ 2} = 100q_2 - q_2^{\ 2} - q_2^{\ 2} = 100q_2 - 2q_2^{\ 2}$$

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = 0 \therefore 100 - 4q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = 25$$

e)

$$p_1 = (100 - \frac{100}{6}) = \frac{250}{3}$$

$$p_2 = 100 - 25 = 75$$

$$\pi_1 = \frac{250}{3}\frac{100}{3} - (\frac{100}{3})^2 = \frac{5000}{3}$$

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 \cong 2917$$

Logo, o lucro é maior do que aquele encontrado no item c. Isso se deve à convexidade da função-custo, ou seja, ao fato de o custo marginal ser crescente: dada a produção de uma unidade, é mais barato produzir a unidade seguinte "como se fosse a primeira" (i.e., a primeira unidade em uma fábrica diferente) do que dar continuidade à mesma linha de produção, na qual a unidade seguinte sairá mais cara por conta do custo marginal ser crescente. Isso, por sua vez, se deve a uma função de produção com retornos decrescentes de escala (podemos assumir como sendo uma função de produção de curto prazo).

f) Não é necessário fazer a conta. Vendendo em dois mercados distintos, o monopolista decide cobrar, nos dois mercados, o mesmo preço $p = 87{,}5$. Logo, quando não puder mais discriminar, ele simplesmente cobrará o mesmo preço e venderá as mesmas quantidades em cada um dos mercados, obtendo o mesmo lucro. É um caso particular pouco provável de acontecer na prática: a possibilidade de discriminação não aumenta o lucro do monopolista.

3) Podemos usar a fórmula calculada na questão 1, item c(iii):

$p(1 + \frac{1}{\varepsilon}) = c$. Lembre-se de que, na questão 1, a elasticidade era igual a $-\varepsilon$. Aqui, estou definindo a elasticidade exatamente igual a ε, sem inverter o sinal. Por isso, temos o sinal de mais na fórmula. Além disso, tínhamos retornos constantes de escala e, portanto, custo marginal constante igual a c. Sem conhecimento da forma funcional do custo, devemos igualar a receita marginal (lado esquerdo da equação) ao custo marginal genérico c'(q)=$\frac{dc(q)}{dq}$.

$$p_1(1 + \frac{1}{-2}) = c' \Rightarrow p_1 \frac{1}{2} = c' \Rightarrow p_1 = 2c'$$

$$p_2(1 + \frac{1}{-4}) = c' \Rightarrow p_2 \frac{3}{4} = c' \Rightarrow p_2 = \frac{4}{3}c'$$

Como o custo marginal não pode diferir entre os dois mercados,

logo, $\frac{p_1}{p_2} = 2\frac{3}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow p_1 = 1{,}5p_2$

logo, o monopolista não maximiza ao fazer $p_1 = 2{,}5p_2$

4) $\pi = p(q)q - k$, k custo fixo
Como só existe custo fixo, o custo marginal é igual a zero.
Logo, usando a mesma fórmula da questão anterior, temos:

$$p(1+\frac{1}{\varepsilon}) = 0$$

Suponha que a elasticidade, como nas questões 1 e 3, seja um parâmetro exógeno (e, portanto, constante).
Supondo $\varepsilon \neq -1$, a solução é fazer $p = 0$. O lucro é negativo.
Supondo $\varepsilon = -1$, qualquer valor de p soluciona o problema. O lucro depende da forma funcional da demanda.
Em geral, porém, a elasticidade depende da quantidade (basta olhar a fórmula da elasticidade na questão 1). Assim, o monopolista vai produzir a quantidade que torne a elasticidade igual a –1. Assim, pode escolher um preço diferente de zero, de maneira que o lucro não será necessariamente negativo. O preço associado é dado pela função demanda. Portanto, mais uma vez, o lucro depende da função demanda.

5) $\max \sum_i (a - bp_i) p_i - \sum_i (a - bp_i) cxs_i$

$$\frac{d\pi}{dp_i} = a - 2bp_i + bcxs_i = 0 \Rightarrow p_i = \frac{a + bcxs_i}{2b}$$

Como esperado, o preço é crescente na distância. Logo, quão mais distante o mercado, maior o preço pago.