

**Fundação Getúlio Vargas (FGV-RJ) - Graduação**

**Microeconomia II – 1º semestre de 2007**

**Prof. Paulo C. Coimbra**

#### **4º Lista de Exercícios**

1. Um avião foi seqüestrado no caminho entre Miami e Londres. O seqüestrador apresentou ao piloto as seguintes opções: ou ele seguia viagem ou desviava para Cuba. Caso o piloto resolvesse seguir viagem o seqüestrador declarou que explodiria o avião, caso desviasse para Cuba o piloto seria detido lá por alguns dias. Monte a forma extensiva deste jogo de forma que haja dois equilíbrios de Nash, com apenas um deles perfeito em subjogos (descreva os equilíbrios)

#### **2. Desenhe a forma extensiva dos jogos abaixo. Converta-as para a forma normal.**

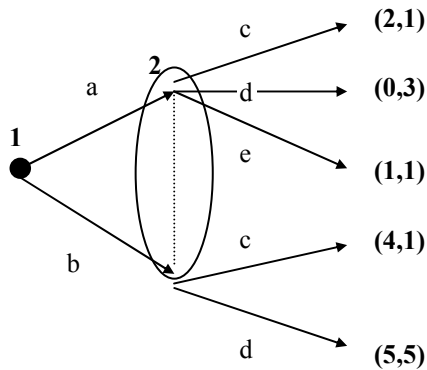
a) Charlie Brown decide se corre e chuta a bola ou fica no lugar. Se ele correr, Lucy decide se vai tirar a bola do lugar (fazendo Charlie cair) ou deixar ele chutar. As preferências são as seguintes (em ordem decrescente): Para Charlie Brown: correr e chutar, ficar, correr e cair. Para Lucy: Charlie Brown corre e cai, fica, corre e chuta. Atribua *payoffs* coerentes com essas preferências.

b) Considere o seguinte “jogo da verdade”: Participam dois jogadores, 1 e 2, e um juiz. O juiz tem uma moeda viciada que dá cara 80% das vezes em que é jogada (Esse viés é conhecido por ambos os jogadores). O juiz joga a moeda, e o resultado é observado apenas pela jogadora 1. A jogadora 1 faz uma declaração ao jogador 2 a respeito do resultado da moeda; a ela é permitido dizer apenas “cara” ou “coroa”. O jogador 2, tendo ouvido a declaração de 1 mas não tendo visto o resultado da moeda, tenta adivinhar se esse resultado foi cara ou coroa. O jogo então termina. Os *payoffs* são os seguintes: o jogador 2 ganha \$1 se acertar o lado da moeda sorteado, e \$0 caso contrário. Já a jogadora 1 ganha \$2 se o palpite de 2 for “cara”, e \$0 se for “coroa”, independente do resultado verdadeiro. Além disso, a jogadora 1 ganha \$1 (a mais) se o que ela disser corresponder ao resultado da moeda, ou \$0 (a mais) se ela mentir. Encontre também o(s) equilíbrio(s) de Nash do jogo.

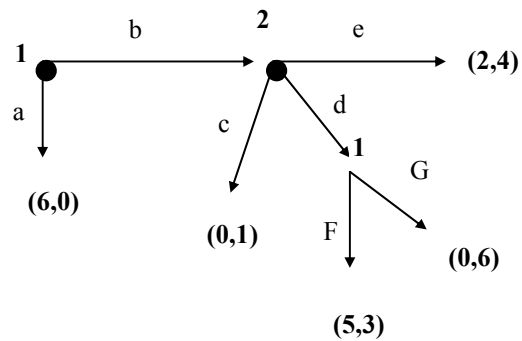
c) João e Maria precisam telefonar. Existem dois orelhões, um situado a direita deles e um a esquerda, igualmente distantes. Ambos decidem simultaneamente para qual orelhão irão. No caso de escolherem o mesmo lado, resolve-se quem telefona através de um jogo de par ou ímpar (o vencedor telefona e o perdedor deverá ir para o outro orelhão). Atribua *payoffs* coerentes com as seguintes preferências (para ambos): telefonar sem disputar, telefonar vencendo o par ou ímpar, andar para o outro orelhão.

d) O ônibus está lotado. Amanda e Bianca estão sentadas no lado do corredor. Vaga um lugar na janela, onde é mais fresco. Amanda e Bianca preferem a janela e tem que decidir simultaneamente se correm para pegar o lugar vago ou permanecem onde estão. Se ambas correrem, chegarão à janela ao mesmo tempo e, então, terão que decidir no par ou ímpar quem ocupará o assento (quem ganhar senta; quem perder terá que ficar de pé). Atribua *payoffs* coerentes com as seguintes preferências (para ambas): sentar à janela sem disputar, sentar à janela vencendo o par ou ímpar, não sair do lugar e ficar em pé.

3. Analise se cada uma das árvores abaixo é válida para representar um jogo. Caso positivo, encontre a forma normal correspondente, o(s) equilíbrio(s) de Nash e o(s) equilíbrio(s) perfeito(s) em subjogos. Caso negativo, justifique.



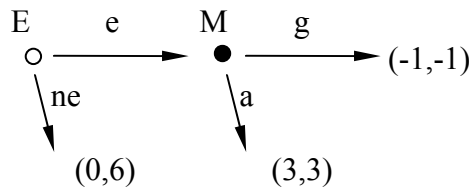
(i)



(ii)

4. (Binmore, *Fun and Games*, p.62-3)

No jogo da Cadeia de Lojas abaixo, encontre:



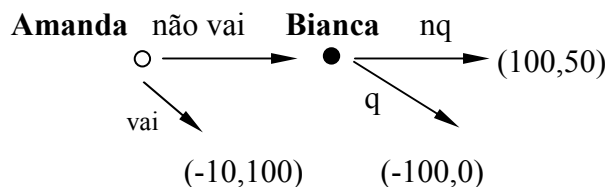
As ações disponíveis são: entra (e) ou não entra (ne) para a Entrante (E) e acomoda (a) ou guerra de preços (g) para a monopolista (M)

a) Sua forma normal, seus equilíbrios de Nash, e seus equilíbrios perfeitos em subjogos. O monopolista ameaça a entrante com uma guerra de preços se ela não respeitar seu aviso de ficar fora da indústria. Por que ela não deve considerar essa ameaça crível? O que deve ocorrer se ambos os jogadores agirem racionalmente?

b) Como as coisas mudariam se ele, antes do jogo, pudesse provar à entrante que assumiu um compromisso irrecorrível de guerrear, caso ela entre? Escreva um novo jogo que represente o jogo acima precedido por uma decisão preliminar de M, escolhendo entre tomar ou não esse compromisso; encontre um equilíbrio perfeito em subjogos para este novo jogo.

c) Suponha que o monopolista possa decidir, antes do jogo, realizar um investimento irreversível, aumentando a sua capacidade produtiva. Isso vai envolver um gasto e o único uso possível da capacidade extra ocorre se houver uma guerra de preços com a entrante. Nesse caso o monopolista ganha \$4 (incluindo o gasto com investimento) ao invés de \$-1, uma vez que a capacidade extra permitirá a ele inundar o mercado a um custo menor. Os payoffs de E não mudam. Desenhe a nova árvore de jogo e determine seu equilíbrio perfeito em subjogos. Alguém que não conhece Teoria dos Jogos poderia dizer que é irracional fazer um investimento para instalar uma capacidade que se sabe que nunca será usada. Como você responderia a essa afirmação?

5. Considere o seguinte jogo:



Amanda comprou ingressos para ir a um show com Bianca. Esta está com os ingressos. No dia do show, Amanda considera a hipótese de fazer um programa alternativo, e, neste caso pedira para Bianca revender os ingressos. Contudo, Luiza quer ir ao show com Amanda.

As ações disponíveis são: vai ao show (s) e não vai ao show (ns) para Amanda (A) e queima os ingressos (q) e não queima os ingressos (e portanto revende) (nq) para Luiza (L).

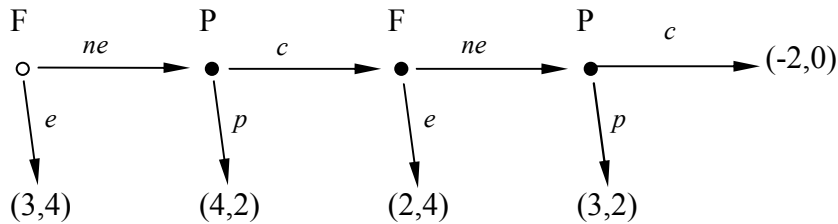
Encontre:

a) A forma normal que o representa, o(s) equilíbrio(s) de Nash, e o(s) equilíbrio(s) perfeitos em subjogos.

b) Bianca ameaça queimar os ingresso caso Amanda não vá ao show. Por que Amanda não deve considerar essa ameaça crível? O que deve ocorrer se ambas as jogadoras agirem racionalmente?

c) Como as coisas mudariam se Bianca, antes do jogo, pudesse provar a Amanda que assumiu um compromisso irrecorrível de queimar os ingressos, caso ela não vá ao show? Escreva um novo jogo que represente o jogo acima precedido por uma decisão preliminar de Bianca, escolhendo entre tomar ou não esse compromisso e encontre um equilíbrio perfeito em subjogos para este novo jogo.

6. Considere o dilema de um pai ao decidir se perdoa ou castiga seu filho quando este não estuda. As ações disponíveis são: estuda (e) e não estuda (ne) para o filho (F) e castiga (c) e perdoa (p) para o pai (P). Analise a seguinte variação, na qual a situação se repete quando o filho não estuda e o pai castiga:



Observe que, a cada vez que o filho é castigado, P perde uma unidade de *payoff*.

- Encontre os equilíbrios de Nash em estratégias puras.
- Encontre a solução por indução retroativa. Quais as condições que garantem sua existência nesse jogo?
- Encontre o(s) equilíbrio(s) perfeito(s) em subjogos. Por que é fácil achá-lo(s)?

### 7. (Desequilíbrio de Forças)

Coca-cola e Pepsi, isolada e simultaneamente, analisam o lançamento de uma embalagem com novo design para seus refrigerantes. O projeto, muito caro, terá retorno apenas se **uma** delas implementá-lo, pois esta captará grande parte do mercado da outra com a novidade. Os payoffs (lucros auferidos) são dados pela tabela abaixo, onde as ações disponíveis para cada empresa são NL (não lança) e L (lança) a embalagem.

		Coca-cola	
		NL	L
Pepsi	N	1, 2	0, 6
	L	4, 0	-2, -2

- Ache todos os equilíbrios de Nash (estratégias puras e mistas).
- Calcule a probabilidade de uma “invasão de novas latas” ocorrer no mercado, ou seja, um resultado (L,L) ocorrer, quando o equilíbrio simétrico é jogado. Comente a seguinte afirmação: “Uma invasão de latas nunca poderia ter ocorrido, por que os diretores de cada empresa, sendo racionais, nunca estariam dispostos a pagar seu preço.”
- Suponha agora que a Coca-cola tenha um espião trabalhando na Pepsi (o qual informaria sobre as decisões tomadas), e que a Pepsi desconfie disso. Represente o jogo acima neste novo contexto. Como mudaria o resultado do jogo?

### 8.O dilema dos Reféns:

Todos os anos ocorre o chamado trote universitário. Um pequeno grupo organizado, em torno de 15 pessoas, conhecidos como veteranos, propõe a outro grupo, de cerca de 100 alunos, os calouros, que se submetam a uma série de “brincadeiras” humilhantes. Caso eles não concordem, são punidos através de novas, e ainda mais cruéis, humilhações.

(A) Represente este jogo na forma extensiva em cada um dos contextos (a) e (b) abaixo. Para simplificar sua exposição, imagine apenas um veterano e dois calouros. Utilize os seguintes payoffs: Para o veterano: punir (2), humilhar (1), perdoar (0), ser humilhado (-1) e não fazer o trote (-2); Para os calouros: não ter trote (1), humilhar (1), reagir sem punição (0), ser humilhado (-1) e ser punido (-2). Considere que o *veterano* é humilhado apenas quando todos os calouros se rebelam.

- a) Os veteranos propõem ou não determinada “brincadeira” humilhante aos calouros. Caso positivo, os calouros decidem simultaneamente se reagem ou aceitam a humilhação. Caso ocorra reação de apenas um dos calouros, o veterano é chamado a agir novamente, decidindo se pune (com mais humilhação) ou perdoa o rebelde. Neste caso, o calouro não pode mais reagir.
- b) Os veteranos propõem ou não determinada “brincadeira” humilhante aos calouros. Caso positivo, cada calouro decide, um a um, se aceitará a brincadeira (e será humilhado) ou reagirá. A brincadeira é realizada após todos os calouros se posicionarem. No caso de reação de apenas um calouro, o veterano é chamado a agir novamente, decidindo se pune (com mais humilhação) ou perdoa o rebelde. Se punido, o calouro não pode mais reagir.

(B) Pode-se resolver os jogos acima por indução retroativa? Caso negativo, explique. Caso positivo, resolva-os (quais são as condições que garantem isso?). A solução encontrada é única?

(C) Qual o resultado esperado do jogo em cada um dos contextos (a) e (b)? Descreva as estratégias de cada um dos jogadores neste resultado.

(D) Se tanto veteranos como calouros sabem que a reação conjunta de calouros os levará a humilhar veteranos e obter o maior payoff possível, e essa informação é de conhecimento comum ou “*common knowledge*”, então qualquer resultado diferente deste implica em irracionalidade por parte dos calouros. No entanto, este resultado **não** é corroborado pela vasta evidência empírica. Pergunta-se: Pode-se concluir que, na prática, os calouros são irracionais?

9. Considere o seguinte jogo:

- i) Existem dois jogadores: A e B;
- ii) Cada um dos jogadores deve escolher um dentre os seguintes objetos: pedra, papel ou tesoura;
- iii) Os payoffs dos jogadores são tais que:
  - Se ambos escolherem o mesmo objeto, então ninguém ganha e ninguém perde (i.e, o payoff de cada um dos jogadores é zero);
  - Se um jogador escolher pedra e o outro papel, então o primeiro tem que pagar R\$1,00 ao segundo (o papel envolve a pedra);
  - Se um jogador escolher pedra e o outro tesoura, então o primeiro recebe R\$1,00 do segundo (a pedra quebra a tesoura);
  - Se um jogador escolher papel e o outro tesoura, então o primeiro tem que pagar R\$1,00 ao segundo (a tesoura corta o papel);
- iv) O jogo possui uma peculiaridade que consiste na proposta feita pelo jogador B de que pagará R\$1,00 ao jogador A sempre que este escolher pedra e revelar a sua escolha (i.e, o jogador B paga para ter uma informação adicional).

- a) (1 ponto) Encontre os equilíbrios de Nash em estratégias puras;
- b) (1 ponto) Qual(is) dentre o(s) equilíbrio(s) encontrado(s) é(são) perfeito(s) em subjogos?

10. Considere uma curva de demanda na sua forma inversa dada por:  $P(Q)=A-Q$ , onde  $Q = q_1+q_2$ , e  $q_i$  é a quantidade produzida pela empresa  $i$  ( $i = 1,2$ ). Suponha também que ambas as empresas possuem o mesmo custo marginal de produção, igual à  $c$ , e que não há custos fixos.

As empresas escolhem as quantidades a serem produzidas a la Stackelberg do seguinte modo: a empresa 1 escolhe a quantidade  $q_1$ , depois, a empresa 2 (tendo observado  $q_1$ ), escolhe  $q_2$ .

Encontre o equilíbrio perfeito em subjogos.

11. Três oligopolistas operam em um mercado onde a curva de demanda na sua forma inversa é dada por:  $P(Q)=A-Q$ , onde  $Q = q_1+q_2 +q_3$ , e  $q_i$  é a quantidade produzida pela empresa  $i$  ( $i = 1,2,3$ ). Todas as empresas possuem o mesmo custo marginal de produção, igual à  $c$ , e não há custos fixos.

As empresas escolhem as quantidades a serem produzidas do seguinte modo: a empresa 1 escolhe a quantidade  $q_1$ , depois, as empresas 2 e 3 (tendo observado  $q_1$ ), escolhem simultaneamente  $q_2$  e  $q_3$ .

Encontre o equilíbrio perfeito em subjogos.

**12.** Em uma praia linear de comprimento unitário existem dois sorveteiros, cada um fixado em um dos extremos. Está presente uma quantidade também unitária de banhistas, distribuídos uniformemente ao longo do comprimento da praia. Cada banhista incorre em um custo de locomoção de  $\tau$  unidades de conta por unidade de distância percorrida entre sua localização na praia e um dos sorveteiros. Do ponto de vista de cada banhista, o custo total do sorvete vendido em cada um dos extremos da praia é igual à soma do preço do sorvete cobrado pelo sorveteiro ali colocado com o resultado da multiplicação de  $\tau$  pela distância que o separa daquele sorveteiro. Cada banhista demanda um sorvete, e escolhe o sorveteiro que lhe oferece o menor custo total. Cada sorveteiro escolhe o preço do seu sorvete e incorre em um custo unitário de  $c$  unidades de conta por sorvete vendido.

Pede-se:

- a) Suponha que cada sorveteiro escolhe seu preço sem conhecer o preço escolhido pelo seu concorrente. Encontre um equilíbrio de Nash em estratégias puras para este jogo entre os dois sorveteiros;
- b) Suponha que um dos sorveteiros tenha que se comprometer com um preço qualquer que ele escolher, antes da escolha de preço do outro sorveteiro. Calcule um equilíbrio perfeito em subjogos para este novo jogo.

**13.** Considere um mercado em que originalmente opera uma única firma, a Estabelecida, ameaçada pela entrada de outra, a Concorrente. Se a Concorrente decide não entrar no mercado, terá lucro zero, enquanto a Estabelecida receberá lucro de monopólio de 10. Se a Concorrente decidir entrar no mercado, então, posteriormente à sua entrada, cada firma independentemente e simultaneamente decidirá se oferece ou não descontos em seus respectivos preços. Assim, caso a Concorrente decida entrar, os lucros serão:

		Estabelecida	
		Não desconta	Desconta
Concorrente	Não desconta	(5, 5)	(-5, 1)
	Desconta	(1, -5)	(-3, -3)

- a) Desenhe a representação gráfica deste jogo na forma extensiva. Descreva os conjuntos de estratégias de cada jogador;
- b) Encontre todos os equilíbrios de Nash em estratégias puras deste jogo, e explique quais deles são perfeitos em subjogos.

**14.** Dois pastores, 1 e 2, vão dividir um mesmo campo para pastagem das suas vacas. Cada pastor decide o número de vacas suas que ele colocará no campo. Se os pastores colocarem respectivamente  $n_1$  e  $n_2$  vacas no campo, a produção de leite de cada vaca será  $A-B(n_1+n_2)$  litros. O preço do litro de leite é R\$ 1,00 e cada vaca custa ao pastor R\$  $c$ .

- a) Quais são as estratégias de equilíbrio de Nash quando os pastores decidem simultaneamente?
- b) Quais são as estratégias de equilíbrio de Nash quando o pastor 1 decide primeiro (e compromete-se com a sua decisão) e o pastor 2 em seguida?
- c) Dentre as estratégias de equilíbrio de Nash do item (b), quais são perfeitas em subjogos?