Fundação Getulio Vargas (FGV-RJ) - Graduação

Microeconomia II – 1º semestre de 2007

Prof. Paulo C. Coimbra

5º Lista de Exercícios

1 - Comente a afirmativa. Justifique seus argumentos.

"Em um jogo repetido finitas vezes, uma estratégia estritamente dominada nunca poderá fazer parte de um equilíbrio perfeito em subjogos. No entanto, se o jogo for repetido infinitas vezes, pode-se ter um equilíbrio perfeito em subjogos envolvendo tal estratégia. Neste equilíbrio todos os jogadores terão payoff menor do que teriam em outro equilíbrio sem tal estratégia."

2 - Imagine a situação entre polícia e sequestrador, quando este está de posse de refém. A polícia decide se paga ou não o resgate estipulado, e o sequestrador se mata ou não o refém. Suponha que no momento de entrega do resgate uma parte não possa observar a ação escolhida pela outra: isto é, a polícia entrega uma mala (com ou sem dinheiro) e o sequestrador indica o cativeiro (com o refém vivo ou morto dentro dele).

Portanto, o jogo pode ser modelado da seguinte maneira:

		Sequestrador	
		Não mata	Mata
Polícia	Não paga	16, 2	1, 0
	Paga	10,8	-1, 1

a) Suponha que a situação acima se repita um número finito fixo de vezes. Encontre um equilíbrio perfeito em subjogos. Esse equilíbrio é único? Explique.

b) Imagine agora o jogo repetido infinitamente e seja $\delta \in (0,1)$ o fator de desconto. Considere o seguinte par de estratégias:

<u>Sequestrador</u>: "Comece não matando. Não mate enquanto a polícia pagar. Se a polícia não pagar, fique *n* rodadas matando e depois volte a não matar."

<u>Polícia</u>: "Comece pagando. Pague se o sequestrador seguiu sua estratégia em todas as rodadas anteriores; caso contrário, não pague."

Determine as condições sobre δ e n que fazem com que esse par de estratégias seja:

(i) Um equilíbrio de Nash;

(ii) Um equilíbrio perfeito em subjogos.

3-

a) Frequentemente o teorema Folk sustenta não apenas um, mas uma grande quantidade de equilíbrios, muitos deles desiguais. Considere o Jogo do Trabalho em dupla, repetido infinitamente, onde os jogadores João e Antônio podem fazer sua parte mal feita (MF) ou direito (D), e os payoffs são dados pela tabela abaixo.

		Antônio D	Antônio MF
João	D	5,5	0,6
	MF	6,0	1,1

Considere a possibilidade de um equilíbrio que dê um maior payoff ao jogador J. Suponha que neste equilíbrio ele deva jogar Direito, mal feito, mal feito, Direito, mal feito, mal feito,.... e o jogador A deva fazer o trabalho Direito sempre.

Calcule o menor δ necessário para sustentar esse equilíbrio. Esse δ deve ser maior do que o necessário para sustentar o resultado em que os jogadores cooperam sempre?

b) Considere agora a seguinte estratégia "Dente por Olho": Comece com Mal feito. Se o outro jogador joga Direito, repita o que você fez na rodada anterior. Se o outro jogador joga Mal feito, mude a ação tomada.

i) Calcule o menor δ necessário para sustentar esse equilíbrio

ii) Descreva a sequência de resultados obtida quando ambos os jogadores jogam "Dente por Olho". Calcule o menor δ necessário para sustentar esse equilíbrio.

c) Considere agora que o jogo seja jogado uma única vez, mas que tenha dois estágios: O jogador A faz a introdução do trabalho e passa para o jogador J. Este observa a parte feita por A e decide se quer continuar sendo sua dupla. Caso negativo, o jogo termina. Caso positivo, o jogo continua: J faz a parte central do trabalho e A faz a conclusão, <u>simultaneamente</u>. Eles então entregam o trabalho.

i) Represente o jogo na forma normal. Atribua payoffs coerentes com o seguinte resultado: A *finge* ser estudioso: faz a introdução direito *para que* J faça a parte central direito, e ele então faz a conclusão mal feita.

ii) Comente a seguinte afirmativa:

"Se a utilidade que o jogador A obtém ao fazer o trabalho mal feito é maior do que a utilidade que ele obtém ao fazer o trabalho direito, então ele está sendo irracional ao fazer a introdução do trabalho direito (no item i)".

4 – Considere o seguinte jogo com dois jogadores representado na forma normal:

		Jogador II D	E	F
	A	***2, 6***	***2, 4***	***6, 2***
Jogador I	B	***0, 0***	***4, 4***	***2, 0***
	C	***0, 10***	***2, 6***	***8, 8***

a) Suponha que o jogo seja repetido uma vez. Diga quais são as crenças dos jogadores e o fator de desconto (suponha que seja o mesmo para ambos) que sustente as combinação de estratégia (C, F) no estágio inicial.

b) Considere o seguinte par de estratégias para o jogo repetido infinitamente:

Jogador I - Inicia com C. A escolha da estratégia da n-ésima rodada dependerá da escolha do jogador II na (n-1)-ésima rodada (para $n \geq 2$): se o jogador II escolher F então o jogador I escolhe C, caso contrário escolhe B.

Jogador II – Inicia com F. Como o jogador I, o jogador II escolherá na n-ésima rodada em função da escolha do jogador I na (n-1)-ésima rodada. Se o jogador I escolher C então joga F, caso contrário escolhe E.

Se o jogador II supuser que o jogador I não está seguindo sua estratégia mas sim que irá escolher a estratégia C para sempre então estaria melhor se sua estratégia fosse escolher D para sempre. Quais são as condições sobre o fator de desconto (mantenha a hipótese de que é o mesmo para ambos) que permitiriam ao jogador II testar esta hipótese?

5. Considere o modelo de mercado que consiste no duopólio de Bertrand (competição via preços) infinitamente repetido. Suponha que ambas as firmas tenham custo unitário constante e igual a zero, e que se cobrarem preços iguais o mercado é dividido em dois.

a) Encontre o equilíbrio de Nash no jogo constituinte. Argumente por que preços acima ou abaixo do de equilíbrio não são factíveis.

b) No jogo repetido, que teorema garante que podem existir outros preços de equilíbrio? Construa um equilíbrio (especifique as estratégias) em que o preço exercido seja o de monopólio.

6 - Considere o duopólio a la Bertrand, com produtos homogêneos, onde a demanda da empresa i (dado o preço da empresa j) é dada por:

$$D(Pi) = \begin{cases} A - P\,i & \text{se } Pi < Pj; \\ (A - Pi)/2 & \text{se } Pi = Pj; \\ 0 & \text{se } Pi > Pj. \end{cases}$$

Onde: $i, j = 1, 2$ e $i \neq j$.

Suponha que o custo marginal, C, é constante e igual para ambas as firmas e é tal que C < A.

Se o jogo for repetido infinitas vezes e a empresa i adotar a estratégia de reversão de Nash (que embute um mecanismo de punição) tal que a ação que esta empresa irá escolher no período t, dada a história pregressa do jogo é:

P_{it} (H_{t-1}) = P^m se todos os elementos de H_{t-1} forem P^m, ou ainda se t = 1;
C caso contrário.

Onde: P^m é o preço numa situação de monopólio.

Então mostre que a estratégia acima constitui um equilíbrio de Nash perfeito em subjogos do duopólio de Bertrand repetido infinitas vezes se e somente se $\delta \geq \frac{1}{2}$.

7 - Em determinada cidade a demanda de mercado por barras de chocolate (b), em cada momento do tempo, é dada por D(p) = 5000 - 1000 p. Existem apenas duas lojas (A e B) que vendem chocolate, assumido aqui como um produto homogêneo. Os consumidores, portanto, adquirem o chocolate na loja que cobrar o menor preço; caso ambas cobrem o mesmo preço os consumidores se dividem igualmente entre elas. Cada loja pode produzir até 5000 barras de chocolate.

a) O jogo é repetido uma única vez e ambas as lojas produzem chocolate com a mesma tecnologia, onde cada barra de chocolate tem custo unitário (conhecido pela outra loja) de 0,50. Encontre o equilíbrio neste mercado. Ocorre o chamado “Paradoxo de Bertrand” ? Explique. Analise como a situação se alteraria caso cada loja estivesse limitada a produzir apenas 1500 barras de chocolate. Este resultado é contraditório (em termos de bem estar para as firmas) ?

De agora em diante, considere o horizonte de tempo infinito. Além disso, imagine que cada firma tenha a sua tecnologia - portanto cada uma conhece apenas o custo do seu chocolate. Este custo (unitário) difere entre as firmas: é 0,2 para A e 1 para B.

b) Atualmente, vigora no mercado o preço p*, com cada firma vendendo b*. Cada firma acredita que se baixar seu preço a outra firma também o fará, mas se aumentar seu preço a outra firma não a seguirá. Encontre um intervalo de valores possíveis para p*.

c) Encontre o valor do fator de desconto δ para que um cartel entre as lojas A e B se sustente com o maior preço possível p** (utilize o intervalo construido em (B)) quando cada loja utiliza a seguinte estratégia: “Comece cobrando p**. Continue cobrando p** se a outra loja sempre cobrou p**. Caso contrário, cobre 1,1 pela barra de chocolate para sempre”. O que garante a possibilidade de um resultado, neste contexto, diferente do implicado pelo Paradoxo de Bertrand? Explique.